

# 油松毛虫光照周期反应 III. 临界 光周数学模型的探讨

周国法

(北京大学分校应用数学系)

李兆麟 贾凤友

(中国林业科学研究院林业研究所)

**关键词** 油松毛虫; 光周; 数学模型

油松毛虫(*Dendrolimus tabulaeformis* Tsai et Liu)的光照周期反应, 作者等已作过报道<sup>[1]</sup>。除了光照时间长短决定着油松毛虫幼虫是否滞育外, 温度、营养以及三者间的交互作用都对油松毛虫幼虫的临界光周有着明显的影响<sup>[1]</sup>。

滞育的生态生理特性构成昆虫整个生活史的基础<sup>[2]</sup>。在害虫生长发育的季节性上滞育起着决定性的作用<sup>[3]</sup>。对北京地区的油松毛虫来说也是如此。

为了提高和完善松毛虫的预测预报, 便于不同年份和发生时期油松毛虫幼虫临界光周的确定, 作者根据对几次不同温度条件下不同光周的试验结果<sup>[1]</sup>, 探讨了北京地区油松毛虫幼虫临界光周的数学模型。

## (一) 光周对滞育率影响的分析

1. 数据处理的结果 对试验所得数据选取温度为24℃时的滞育率及相应的光周, 不同光周实测值描点<sup>[4]</sup>如图1所示。

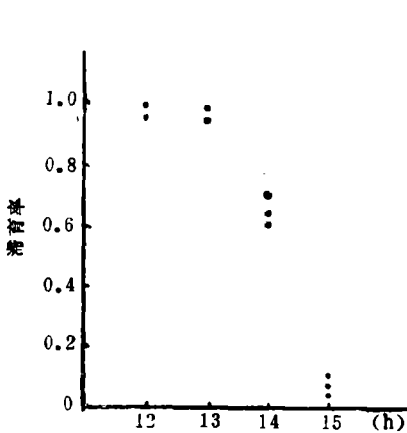


图1 24℃时光周与滞育率关系散点图

用函数

$$y = \frac{1}{2} \sin(a + b(x - 12)) + \frac{1}{2}$$

拟合实测数据,  $y$  为滞育率,  $x$  为对应的光周。用非线性回归<sup>[5]</sup>线性化方法取:

$$Y = \arcsin(2y - 1),$$

$$X = x - 12$$

且对每次实测值 $(x_i, y_i)$ 取

$$Y_i = \arcsin(2y_i - 1),$$

$$X_i = x_i - 12,$$

于是对

$$y = \frac{1}{2} \sin(a + b(x - 12)) + \frac{1}{2}$$

的拟合化为对

$$Y = a + bX$$

本文于1988年10月6日收到。

1) 李兆麟等, 1989, 油松毛虫光照周期反应 I —— 温度和营养对临界光周的影响, 昆虫学报(待出版)。

的回归分析。

用最小二乘法估计得下面的回归结果:

$a = 2.69928$ ,  $b = -0.85506$ , 相关系数  $R = 0.931$ , 回归相关性显著性水平超过 95%。

2. 数据分析 24℃ 的实测滞育率与估计值如下表:

$x$	12	13	14	15	16	17
$y$	1.00	0.9912	0.9718	0.6548	0.0852	—
$y_0$	1.00	0.9921	0.9178	0.5668	0.1699	0

注:  $x$  为光周值,  $y$  为实测值,  $y_0$  为模型估计值。

当  $y = 0.50$  时, 实测值  $x = 15.27$ , 用拟合曲线估计值为  $x_0 = 15.16$ 。而当  $x = 16.99$  时估计值为 0 即滞育率为 0, 实测值当  $x = 16$  时滞育率为 0.0852。因此上述拟合结果是比较理想的, 用拟合的模型所得估计值与实验结果基本上是吻合的。

用上述模型所得的临界光周是  $T = 15.16$ , 对实测值作内插求得的临界光周是  $x_c = 15.27$ , 相对误差小于 7.2%, 绝对误差约 6.6 min。

3. 数学模型的分析<sup>[9]</sup> 下面从数学模型本身作简要的推断。

$$\text{对 } y = \frac{1}{2} \sin(a + b(x - 12)) + \frac{1}{2}, 12 \leq x \leq 16.99$$

求导得

$$y' = \frac{1}{2} b \cos(a + b(x - 12))$$

由于  $b < 0$ , 所以  $a + b(x - 12) = 0$  即  $x = 12 - \frac{a}{b}$  时,  $y' = \frac{1}{2} b$  为  $y'$  最小值, 由  $x$  的取值知道  $y' < 0$ , 即  $y$  是  $x$  的减函数, 就是说温度为 24℃ 时, 随光周的增加, 松毛虫的滞育率减小, 这与实际情况相符合。

当  $y = 0.50$  时, 求得  $x$  值为  $T = 12 - \frac{a}{b}$ , 此处正好  $y'$  最小(绝对值最大), 即临界光周处滞育率变化最快, 它相应于  $y$  的拐点。

因此在  $x = T$  两边,  $y$  的图象凸凹性相反。在  $x < T$  时,  $x$  增大  $y$  缓慢减小,  $x \rightarrow T$  时(在  $[T - \Delta T, T]$  内)  $y$  值迅速减小(图 3)。在  $x > T$  时,  $x$  值减小  $y$  逐渐增大, 而  $x$  在  $[T, T + \Delta T]$  内的微小变化就能引起  $y$  的较大变化。结论: 在  $x = T$  领域内  $y$  变化很快。所以在  $x = T$  的某领域  $[T - \Delta T, T + \Delta T]$  内, 曲线几乎呈直线形状; 在这个领域内,  $x$  的微小变化就能引起  $y$  的很大变化, 领域中心正是  $y$  的拐点对应的  $x$  值。即接近临界光周时, 光照的长短对滞育率的影响较大; 这正是临界光周的生物学含意。

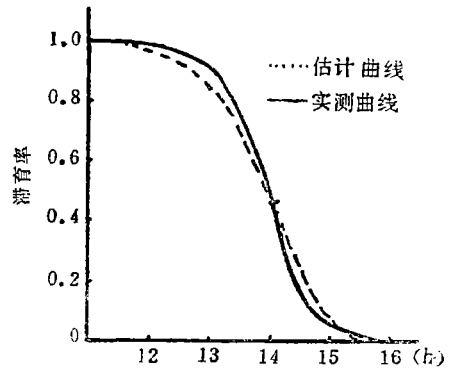


图 2 24℃ 估计值与实测值比较曲线

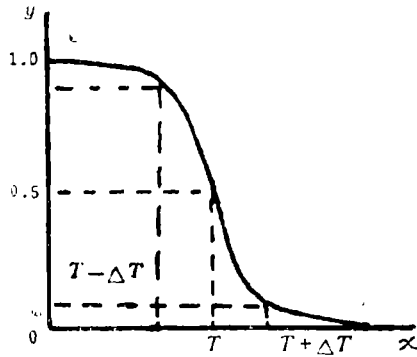


图3 数学模型分析图

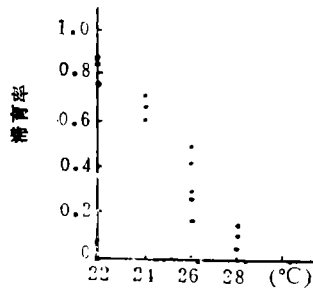


图4 15小时光周时滞育率散点图

另一方面，引起滞育的临界光周，对于个体来说是“是”与“否”的反应，作为群体，它必然反应出个体间的生理和遗传差异。所以在 $[T - \Delta T, T + \Delta T]$ 时线段的长短和斜率，除主要受到种群内遗传异质性的影响外，还受到样本大小和试验手段的影响。

**(二) 温度对滞育率的影响**

上段对温度固定时光周对滞育率的影响作了分析，从试验结果知道，温度改变时，滞育率也会发生变化。下面把光周固定在15 h，考虑温度变化对滞育率的影响。

从温度与滞育率散点图(图4)看出，滞育率值比较集中。

用  $y = c + d(t - 22)$  作线性回归。最小二乘估计的结果为

$$c = 0.8424, d = -0.1288,$$

相关系数  $R = -0.953$ ，该结果具有极高(99%)的显著性。

由于  $d < 0$ ，因此随温度的升高，滞育率减小。在光周15 h条件下，22 °C 的滞育率为84.2%，而28 °C 的滞育率仅为7%，不及22 °C 的1/10。从回归式得出，15 h光照时最高滞育率为84.24%，在28.6 °C 时滞育率几乎为0，即没有滞育的幼虫。

**(三) 综合分析**

上面的结果说明：光照的延长和温度的增高均会减小滞育率。但在温度、光周同时变化时，滞育率有什么变化呢？为简化模型，仍分步分析。

1. 二维滞育率图 对不同温度不同光周下的滞育率进行分析，得到下面的二维关系图。

图5中直线 I—V 分别对应于12、13、14、15、16 h光照下的滞育率。图6中曲线 I—IV 分别对应于22、24、26、28 °C 的滞育率。

图5与图6进一步说明了温度对以光周为主导的油松毛虫幼虫滞育的影响。13 h以下和16 h以上光周都远远偏离了临界值，所以温度变化的影响对滞育与否的个体都显示不出来。但在临界光周附近，则完全不同，即随着温度的增加，滞育率迅速下降。

2. 滞育率图 从上面计算的结果知道所有的拟合式都具有较高的显著性，而且某温度下，滞育率呈正弦曲线状，固定光周时，滞育率呈直线状分布。图7表示了不同温度、不同光周时的滞育率变化情况。

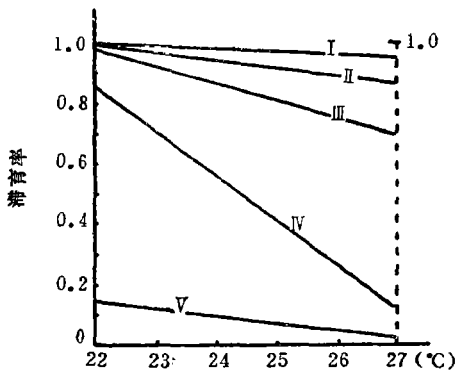


图5 不同光周时的滞育率曲线

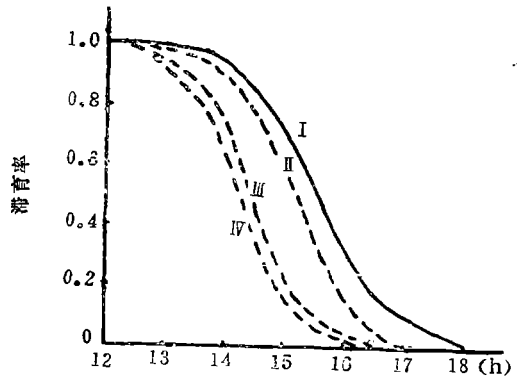


图6 不同温度下的滞育率曲线

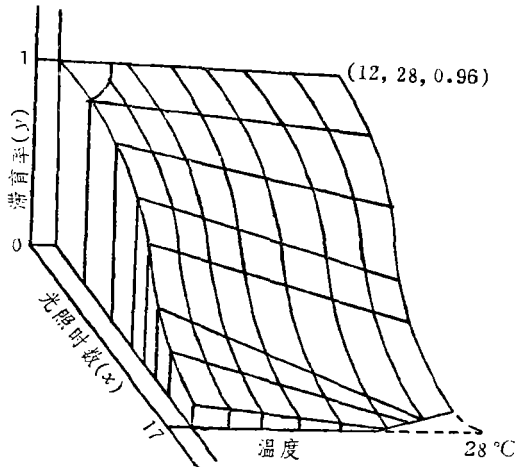


图7 三维滞育率图

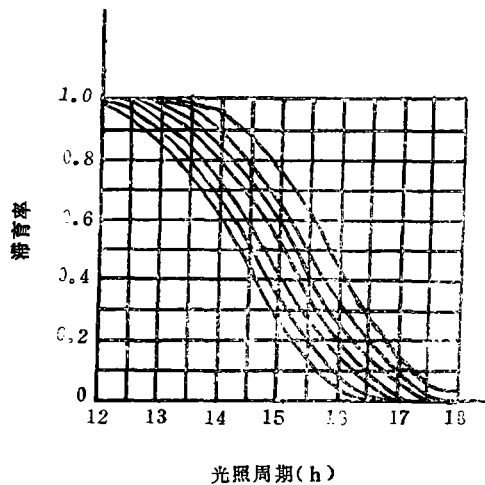


图8 滞育率检索图

3. 滞育率表 根据滞育率图，绘出了不同温度、不同光周时的滞育率检索图(图8)，它的置信水平是90%。

图中给出了22、23、24、25、26、28、30(°C)的滞育率，可以用于北京地区油松毛虫幼虫滞育率的检索。

北京一般年份油松毛虫第一代卵在7月中下旬孵化。一龄期一般8 d左右，7月15—22日北京地区的日照时数约14.5 h，所以在这期间每年气温的变化，必然会影响到油松毛虫幼虫滞育的情况。如1969年7月15—22日的日平均温度只有24.4 °C，在这样气候条件下，根据现有模型计算，14.5 h左右光照远远低于这一温度下的临界光周，70%以上的幼虫都将进入滞育；而1953年这段时间的平均气温为28.1 °C，14.5 h左右的光照正值临界光周，就是只有小部分，约45%的幼虫进入滞育。

#### (四) 问题及讨论

本文的结果为油松毛虫幼虫临界光周数学模型的一次探索，同时也可为提高和完善油松毛虫的预测预报提供依据，但有些工作尚须继续深入。

1. 没有得到计算临界光周的具体函数表达式。数学模型只是凭目前的试验结果分析了某些条件下的性质, 得出的线性近似, 尚无法求出较复杂的非线性(多元)模型。

2. 就现有的模型, 计算与实测结果存在一定误差。出现这一问题的原因: 一方面从试验中已明显看出针叶的营养成份对临界光周的影响, 但限于现有条件, 无法定量化, 所以模型中未考虑营养的影响。另外, 种群内的变异性, 更是一个对种群临界光周有着必然影响的因素, 它涉及到这种害虫遗传学, 而目前无法解决这个问题, 有待于今后的提高和完善。

### 参 考 文 献

- [1] 李兆麟等, 1989, 油松毛虫光照周期反应初报, 昆虫学报, 1989, 32(4): 410—417.
- [2] Danilevsky A. S. et al., 1970, Biological rhythm in terrestrial Arthropods, Ann. Rev. Entomol., 15, 201—44.
- [3] Tauber M. J. et al., 1976, Insect seasonality diapause maintenance, termination, and postdiapause development, Ann. Rev. Entomol., 21, 81—107.
- [4] 周复恭等, 1987, 应用数理统计, 中央广播电视大学出版社.
- [5] Ratkowsky D.A., 1983, Nonlinear Regression Modeling Marcel Dekker.
- [6] 南京农学院, 1982, 昆虫生态及预测预报, 农业出版社.

## THE PHPR OF THE PINE CATERPILLAR (*DENDROLIMUS TABULAEFORMIS* TSAI ET LIU) III. AN EXPLORATION OF MATHEMATICAL MODEL OF CRITICAL PHOTOPERIOD

Zhou Guofa

(Application Mathematic Department of Campus of Beijing University)

Li Zhaolin            Jia Fengyou

(The Research Institute of Forestry CAF)

**Abstract** The factors influencing the developmental rate of the pine caterpillar in Beijing area were studied and analysed. In this paper, a mathematical model of critical photoperiod was explored, with emphasis on the influence of temperature and photoperiod, based on the experimental data. A diagram showing the variation of the developmental rate was given under various temperatures and photoperiods. The results may be able to provide some basis and convenience for forecasting the population dynamics of the pine caterpillar in the forest.

**Key words** *Dendrolimus tabulaeformis*; photoperiod; mathematical model