

林木苗期生长灰色模型的选择*

杨耀仙 卞尧荣 姚小华

(中国林业科学研究院亚热带林业研究所)

关键词 苗木生长; 灰色模型

对林木生长规律的分析往往借助于数学方法给予量化描述。灰色系统自70年代末以来已发展成为一门新兴学科。它已在国家经济建设决策方面取得突破性进展,正在受到国内外学术界的关注。在林业上对有关树种的产量预测(以灰色建模为基础)已开始应用^[1-5]。为了探讨灰色模型在揭示林木生长动态规律中适合程度及不同模型的表现,我们选用4个常用灰色模型,并取S型回归模型作为对照,这有利于将灰色系统方法引入林业研究中。现将结果报道如下。

1 材料与方 法

1.1 数据来源及处理

用材林树种采用马尾松(广西宁明种源)、湿地松、火炬松;经济林树种采用千年桐、三年桐、攸县油茶共6个树种。马尾松数据引用马尾松种源组种源试验材料。其他树种在3月播种,(其中攸县油茶、火炬松、湿地松与相应课题组试验相结合),从出苗开始随机抽取50株挂牌固定样株,每10天调查、测定一次苗高、地径,计算各树种每次调查的平均值。

1.2 采用模型

1.2.1 灰色模型^[6] ①灰色 Verhulst 模型。微分方程: $dx^{(1)}/dt = ax^{(1)} - b(x^{(1)})^2$; ②GM(1,1)——单序列1阶线性动态模型, $\sum_{i=1}^{n-1} b_i x_{i+1}^{(1)} = u^{(1)}$, $n = h = 1$ 。相应微分方程: $dx_1^{(1)}/dt + ax_1^{(1)} = u^{(1)}$; ③GM(2,1)——单序列2阶线性动态模型。微分方程: $d^2x_1^{(1)}/dt^2 + a_1 dx_1^{(1)}/dt + a_2 x_1^{(1)} = u^{(1)}$; ④GM(1,N)——1阶多序列线性动态模型。微分方程: $dx_1^{(1)}/dt + ax_1^{(1)} = b_1 x_2^{(1)} + b_2 x_3^{(1)} + \dots + b_{N-1} x_N^{(1)}$ 。

1.2.2 回归模型 采用S型回归模型 $Y = K/(1 + ae^{-bx})$ 。

1.3 程序编制与运算

用BASIC语言编制相应模型的计算程序^[7],在IBM-PC/XT计算机上通过后,对各树种分别用灰色模型和回归模型的程序在该计算机上进行运算。

1.4 模型检验

灰色模型采用精度等级检验和关联度验证^[6,8],S型回归模型采用F检验。

本文于1990年6月2日收到。

*本研究承刘昭息副研、翁月霞副研、徐晓春副研等大力支持,表示感谢。

1.5 模型适应性评价参数确定

计算模型值的平均误差率 q 及其变幅值 V_q , 最大误差率 $\max|q_i|$ 。

2 结果与分析

2.1 建立各树种苗木高生长和地径生长的灰色模型和S型回归模型(表1、2)

表1 苗木高生长灰色模型和S型回归模型

模 型	树 种		
	千 年 桐	三 年 桐	攸 县 油 茶
GM(1, 1)	$\hat{x}(t+1) = 464.2819 e^{3.590740E-02t} - 447.232$	$\hat{x}(t+1) = 614.7873 e^{4.130271E-02t} - 598.5873$	$\hat{x}(t+1) = 53.6582 e^{5.331403E-02t} - 50.8882$
GM(2, 1)	$\hat{x}_1(t+1) = e^{-4.4101E-02t} - 937.8613 \cos 8.067977E-02t + (-258.1548) \sin 8.067977E-02t + 955.71137$	$\hat{x}_1(t+1) = -3737.693 e^{-1.253571E-2t} + 104.478 e^{-0.2599315t} + 3650.2$	$\hat{x}_1(t+1) = 0.4911347 e^{1.04268t} + 43.21482 e^{5.826473E-02t} - 40.86345$
GM(1, N)	$\hat{x}_1(t+1) = (17.05 - 48.6229x_2) e^{-0.5137387t} + 48.6229x_2$	$\hat{x}_1(t+1) = (16.2 - 40.43411x_2) e^{-0.838071t} + 40.43411x_2$	$\hat{x}_1(t+1) = (2.77 - 22.42287x_2) e^{-1.248841t} + 22.42287x_2$
Verhulst	$\hat{x}(t+1) = 677.4218 / (1 + 38.73149 e^{-0.2984518t})$	$\hat{x}(t+1) = 572.9947 / (1 + 34.37002 e^{-0.3031799t})$	$\hat{x}(t+1) = 116.9937 / (1 + 41.23729 e^{-0.207242t})$
S型曲线	$\hat{x}_1(t) = 48.05702 / [1 + 2.668836 \text{EXP}(-0.3521572t)]$	$\hat{x}_1(t) = 38.63179 / [1 + 2.538691 \text{EXP}(-0.4997315t)]$	$\hat{x}_1(t) = 10.97845 / [1 + 3.378599 \text{EXP}(-8.944049E-02t)]$
模 型	树 种		
	湿 地 松	火 炬 松	马 尾 松
GM(1, 1)	$\hat{x}_1(t+1) = 113.8563 e^{6.591533E-02t} - 107.3463$	$\hat{x}_1(t+1) = 85.96732 e^{5.848338E-02t} - 80.94733$	$\hat{x}_1(t+1) = 40.73822 e^{0.1442264t} - 37.23822$
GM(2, 1)	$\hat{x}_1(t+1) = e^{5.775166E-02t} (-41.4741 \cos 8.674064E-02t + 110.7347 \sin 8.674064E-02t) + 48.1341$	$\hat{x}_1(t+1) = 14.44967 e^{0.2153940t} + 19.44053 e^{0.1923694t} - 28.8702$	$\hat{x}_1(t+1) = e^{0.1690211t} (-1.830746 \cos 0.1294042t + 37.35917 \sin 0.1294042t) + 5.530746$
GM(1, N)	—	—	—
Verhulst	$\hat{x}_1(t+1) = 330.5219 / (1 + 49.77141 e^{-0.2258881t})$	$\hat{x}_1(t+1) = 249.2516 / (1 + 48.65171 e^{-0.2012769t})$	$\hat{x}_1(t+1) = 272.8543 / (1 + 76.95835 e^{-0.2415971t})$
S型曲线	$\hat{x}_1(t) = 33.27323 / [1 + 4.736888 \text{EXP}(-0.1163228t)]$	$\hat{x}_1(t) = 23.7492 / [1 + 4.476832 \text{EXP}(-9.918376E-02t)]$	$\hat{x}_1(t) = 28.80343 / [1 + 10.58736 \text{EXP}(-0.3288375t)]$

表 2 苗木地径生长灰色模型和 S 型回归模型

模 型 \ 树 种	三 年 桐	千 年 桐	攸 县 油 茶
GM(1, 1)	$\hat{x}(t+1) = 17.25193$ $e^{3.906864E-02t} - 16.64193$	$\hat{x}(t+1) = 16.13065$ $e^{4.139892E-02t} - 15.51065$	$\hat{x}(t+1) = 2.920649$ $e^{4.686576E-02t} - 2.780649$
GM(2, 1)	$\hat{x}_1(t+1) = 111.2788$ $e^{8.404702E-03t}$ $+ 0.7145178e^{-0.3887453t}$ $- 111.3648$	$\hat{x}_1(t+1) = 130.6204$ $e^{7.540167E-03t}$ $+ 0.9807734e^{-0.3134178t}$ $- 130.9637$	$\hat{x}_1(t+1) = 3.405786E-02$ $e^{0.7539005t} + 2.117222$ $e^{5.517781E-02t} - 2.011279$
Verhulst	$\hat{x}(t+1) = 16.05007 / (1 +$ $25.31159e^{-0.2742124t})$	$\hat{x}(t+1) = 16.81799 / (1 +$ $26.12579e^{-0.2828059t})$	$\hat{x}(t+1) = 4.97049 / (1 +$ $34.5035e^{-0.2141001t})$
S 型曲线	$\hat{x}_1(t) = 1.081434 / [1 +$ 1.225192 EXP $(-0.2432202t)]$	$\hat{x}_1(t) = 1.367302 / [1 +$ 1.390606 EXP $(-0.1212509t)]$	$\hat{x}_1(t) = 0.420005 / [1 +$ 2.486742 EXP $(-9.024502E-02t)]$

2.2 灰色模型和S型回归模型检验

灰色模型采用邓聚龙教授提出的指标检验^[9](表 3)以及关联度检验。表 3 中 C 为后验差比值, P 为最少误差概率, 关联度 r 要求大于 0.60 为合格。

S 型曲线回归模型采用 F 值检验。作苗木高生长和地径生长灰色模型和 S 型回归模型检验(表 4, 5)。结果表明: 苗木高生

表 3 指标检验

指 标 \ 精 度 级	P	C
好	>0.95	<0.35
合 格	>0.80	<0.50
勉 强	>0.70	<0.65
不 合 格	≤0.70	≥0.65

表 4 苗木高生长灰色模型和S型回归模型检验

模 型 \ 树 种	千 年 桐	三 年 桐	攸 县 油 茶	湿 地 松	火 炬 松	马 尾 松	
GM(1, 1)	c	0.17818(好)	0.22590(好)	0.05221(好)	0.12027(好)	0.13516(好)	0.08878(好)
	p	1 (好)	1 (好)	1 (好)	1 (好)	1 (好)	1 (好)
	r	0.70686(合格)	0.70632(合格)	0.70474(合格)	0.74721(合格)	0.75998(合格)	0.63014(合格)
GM(2, 1)	c	0.20167(好)	0.19121(好)	1.176201(不合格)	0.54210(勉强)	13.08986(不合格)	0.80108(不合格)
	p	1 (好)	1 (好)	0.8125(合格)	0.875 (合格)	0.66667(不合格)	0.81818(合格)
	r	0.68042(合格)	0.63065(好)	0.94490(合格)	0.76109(合格)	0.85035(合格)	0.80865(合格)
GM(1, N)	c						
	p	未 检 验	未 检 验	未 检 验	—	—	—
	r						
Verhulst	c						
	p	未 检 验	未 检 验	未 检 验	未 检 验	未 检 验	未 检 验
	r						
S 型曲线	F	F=233.9803**	F=332.0757**	F=771.3743**	F=416.2941**	F=317.6965**	F=1275.533**
	F _{0.01}	F _{0.01} (1, 12) = 9.33	F _{0.01} (1, 12) = 9.33	F _{0.01} (1, 15) = 8.68	F _{0.01} (1, 15) = 8.68	F _{0.01} (1, 16) = 8.53	F _{0.01} (1, 10) = 10.04

表5 苗木地径生长灰色模型和S型回归模型检验

模 型	树 种	千 年 桐	三 年 桐	攸 县 油 茶
GM(1,1)	c	0.063 08 (好)	0.095 42 (好)	0.082 91 (好)
	p	1 (好)	1 (好)	1 (好)
	r	0.737 06 (合格)	0.706 68 (合格)	0.771 77 (合格)
GM(2,1)	c	0.349 02 (好)	0.327 70 (好)	17 057.54(不合格)
	p	1 (好)	1 (好)	0.812 5 (合格)
	r	0.656 28 (合格)	0.627 90 (合格)	0.930 31 (合格)
Verhulst	未 检 验	未 检 验	未 检 验	
S型曲线	$F = 590.325 9^{**}$ $F_{0.01}(1, 12) = 9.33$	$F = 539.187 1^{**}$ $F_{0.01}(1, 12) = 9.33$	$F = 589.775 6^{**}$ $F_{0.01}(1, 15) = 8.68$	

长动态与GM(1,1)和S型曲线模型吻合较好, GM(1,1)模型对各个树种指标检验均较好, 关联度检验符合要求。同样S型曲线模型模拟生长动态均达到极显著水平。对于GM(2,1)来说各个树种表现有所差异, 千年桐、三年桐苗高生长与GM(2,1)拟合较好, 而攸县油茶、火炬松、马尾松较差, 湿地松勉强。苗木地径生长动态模型结果与高生长相似, 均对于GM(1,1)和S型曲线有较好的拟合效果, 对于GM(2,1)模型来说地径生长与高生长有相似的拟合效果。

2.3 灰色模型和S型回归模型精度分析

苗木高生长和地径生长灰色模型和S型回归模型误差百分率变幅分别见表6、表7。

表6 苗木高生长灰色模型和S型回归模型拟合精度比较 (单位: %)

模 型	树 种	千 年 桐	三 年 桐	攸 县 油 茶	湿 地 松	火 炬 松	马 尾 松
GM(1,1)	$\max q_i $	31.832 7	71.458 7	5.093 4	13.903 9	18.041 1	46.985 3
	\bar{q}	9.773 6	9.129 6	2.184 0	7.445 8	7.150 4	9.854 2
	V_q	0.794 4	0.916 6	0.743 0	0.558 4	0.682 9	1.397 9
GM(2,1)	$\max q_i $	32.080 6	21.162 4	87 132 520	59.831 1	1 065.919	82.289 5
	\bar{q}	12.916 1	7.211 6	8 578 501.617	39.281 7	313.001 5	46.503 0
	V_q	0.684 3	0.966 9	2.618 2	0.330 3	0.972 1	0.418 4
GM(1,N)	$\max q_i $	49.583 5	29.910 6	18.299 0	—	—	—
	\bar{q}	18.062 7	8.752 7	6.464 3	—	—	—
	V_q	0.791 2	0.990 3	0.799 5	—	—	—
Verhulst	$\max q_i $	71.703 3	71.458 7	79.758 3	77.389 7	78.250 4	67.979 9
	\bar{q}	36.011 8	35.221 8	44.450 4	43.158 0	42.014 1	47.017 4
	V_q	0.714 3	0.729 9	0.522 8	0.549 1	0.558 8	0.390 3
S型曲线	$\max q_i $	18.777 7	21.364 4	12.270 5	14.878 8	15.456 0	30.691 3
	\bar{q}	6.960 7	5.142 4	5.164 9	7.498 6	7.450 7	15.469 1
	V_q	0.942 7	1.278 4	0.671 7	0.697 0	0.632 1	0.514 8

注: $|q_i|$ 为误差百分率, V_q 为误差变幅(一致性)。

根据 $\max |q_i|$ 、 $|\bar{q}|$ 、 $V_{|q_i|}$ 评价灰色模型和S型回归模型对各树种的拟合效果。对于苗木高生长来说, 其优劣等级为;

表 7 苗木地径生长灰色模型和S型回归模型拟合精度比较 (单位: %)

模 型	树 种	千 年 桐			三 年 桐			攸 县 油 茶		
		$\max q_i $	\bar{q}	V_q	$\max q_i $	\bar{q}	V_q	$\max q_i $	\bar{q}	V_q
GM(1,1)		2.983 5	5.621 5	6.704 0	10.011 9	7.784 4	137 932.362 8	11.211 4	17.677 1	8.975 1
		1.357 8	3.378 6	2.770 9	10.011 9	7.784 4	137 932.362 8	4.171 1	4.140 0	4.355 8
		0.777 9	0.537 9	0.628 2	0.721 2	0.934 4	2.178 5	0.734 2	1.104 7	0.634 3
GM(2,1)		19.437 7	21.337 9	115 677.0	10.011 9	7.784 4	137 932.362 8	11.211 4	17.677 1	8.975 1
		10.011 9	7.784 4	137 932.362 8	10.011 9	7.784 4	137 932.362 8	4.171 1	4.140 0	4.355 8
		0.721 2	0.934 4	2.178 5	0.721 2	0.934 4	2.178 5	0.734 2	1.104 7	0.634 3
Verhulst		74.294 6	72.695 0	76.952 8	10.011 9	7.784 4	137 932.362 8	11.211 4	17.677 1	8.975 1
		31.202 5	29.763 4	37.735 9	10.011 9	7.784 4	137 932.362 8	4.171 1	4.140 0	4.355 8
		0.865 4	0.869 7	0.676 5	0.721 2	0.934 4	2.178 5	0.734 2	1.104 7	0.634 3
S 型曲线		11.211 4	17.677 1	8.975 1	10.011 9	7.784 4	137 932.362 8	11.211 4	17.677 1	8.975 1
		4.171 1	4.140 0	4.355 8	10.011 9	7.784 4	137 932.362 8	4.171 1	4.140 0	4.355 8
		0.734 2	1.104 7	0.634 3	0.721 2	0.934 4	2.178 5	0.734 2	1.104 7	0.634 3

千年桐: S 型曲线 > GM(1,1) ≈ GM(2,1)

合 格

> GM(1,N) > Verhulst;

不 合 格

三年桐: S 型曲线 > GM(2,1) > GM(1,N)

> GM(1,1) > Verhulst;

攸县油茶: GM(1,1) > S 型曲线 > GM(1,N)

合 格

勉 强

> Verhulst > GM(2,1);

不 合 格

湿地松: GM(1,1) > S 型曲线

> GM(2,1) > Verhulst;

火炬松: GM(1,1) ≈ S 型曲线

> Verhulst > GM(2,1);

马尾松: GM(1,1) > S 型曲线

> Verhulst > GM(2,1)。

GM(1,1)和S型曲线在各树种高生长拟合效果较好, GM(1,1)和S型曲线优劣在不同树种中有不同表现。在千年桐、三年桐拟合中S型曲线明显优于GM(1,1),但在攸县油茶、湿地松、火炬松、马尾松苗木高生长模型拟合中GM(1,1)优于S型曲线。GM(2,1)和GM(1,N)在某些树种苗木生长中能达到符合要求的拟合效果。但多数效果不佳。Verhulst模型拟合误差大,不能作为苗木高生长建模。也就是说苗木生长动态不符合Verhulst动态模型。

苗木地径生长模型拟合中优劣等级为:

千年桐: GM(1,1) > S 型曲线 > GM(2,1) > Verhulst;

三年桐: GM(1,1) > S 型曲线 > GM(2,1) > Verhulst;

攸县油茶: GM(1,1) > S 型曲线 > Verhulst > GM(2,1)。

GM(1,1)和S型曲线对以上树种苗木地径生长拟合效果都很好,且GM(1,1)模型拟合效果优于S型回归模型。尤其表现在Max|q_i|和|q_i|两个指标中,GM(1,1)最大误差百分率均少于6.8%,而S型曲线则高达17.6771%。所以对于苗木地径生长模拟GM(1,1)效果最好。GM(2,1)模型对于千年桐、三年桐地径模拟合格,但对于攸县油茶地径模拟不合格。Verhulst模型在三种树种苗木地径动态模拟中效果均差,不能使用。

一般认为:苗木动态生长与S型曲线相符,这与我们用S型曲线对以上几种树种苗木生长拟合能得到较好的模拟效果相一致。但在许多情况下,用GM(1,1)拟合效果更佳,这说明苗木生长动态过程更接近于GM(1,1)动态过程。各树种苗木生长对于GM(1,1),GM(2,1),GM(1,N),Verhulst,S型回归模型表现出不同的生长动态拟合结果,这也说明各树种苗木有其特定的生长模式,用同一个生长模型拟合难以达到更逼近的效果。这种现象很可能存在于其他林木苗期生长过程、成龄期生长动态过程、单位面积林木蓄积量动态过程以及经济林木生长结实动态过程中。模型的选择有利于更精确地拟合,更接近自然动态过程。

参 考 文 献

- [1] 姚小华等, 1987, 我国板栗产量预测, 浙江林学院学报, 4(2), 75~80。
[2] 姚小华, 1987, 我国核桃产量预测, 亚热带林业科技, 15(2), 125~129。
[3] 姚小华, 1987, 我国枣子产量预测, 经济林研究, 增刊, 53~60。
[4] 李益辉等, 1988, 湖南省油茶生长现状及其灰色动态模型的初步研究, 经济林研究, 6(2), 13~19。
[5] 黄健儿, 1987, 灰色系统预测理论在橡胶产量预测中的应用, 经济林研究, 5(2), 58~62。
[6] 邓秉龙, 1987, 灰色系统基本方法, 华中工学院出版社。
[7] 王学荫等, 1986, 灰色系统程序集, 科学普及出版社。
[8] 邓秉龙, 1985, 灰色控制系统, 华中工学院出版社。
[9] 邓秉龙著, 1985, 灰色系统(社会、经济), 国防工业出版社。

*The Selection of Grey Models for Some Tree Species
in Seedling Stage*

Yang Yaoxian Bian Raorong Yao Xiaohua

(The Research Institute of Subtropical Forestry CAF)

Abstract The seedling dynamic procedures of growth of some tree species, such as *Pinus massoniana*, *P. elliotii*, *P. taeda*, *Camellia oleifera*, *Aleurites montana*, *A. fordii* have been modeled with grey model and Stype curve model. The results show that there are different dynamic models of growth in the seedling stage of different tree species. GM(1,1) and S type curve models have broad adaptability in modeling growth of trees in seedling stage. There are different results for height growth of different tree species when using GM(1,1) and S type curve models. GM(1,1) model is preferable to S type curve model in the modeling for the thick growth near ground. GM(2,1) and GM(1,N) can be used unwillingly for modeling some tree species. The modeling results by using Verhulst model are the worst of seedling modeling for all tree species with grey model and S type curve model.

Key words seedling growth; grey modeling