

# 单木生长模型边缘误差的传播规律\*

张守攻

**摘要** 研究提出了生长模拟保护带应由边缘效应带和误差阻尼带两部分构成。边缘效应带的宽度等于林分平均优势木影响圈半径的2倍,阻尼带的宽度可根据模拟分期数和模拟精度估计。样地边缘误差呈衰减趋势由外向内逐级传播,各环带中树木竞争指数的系统误差,可根据其与样地边缘的距离近似估计。利用生长模型一般形式推导出了竞争指数相对误差与生长模拟相对误差的转换函数,证明由边缘效应造成的不同位置树木生长模拟系统误差是可估的。该研究为单木生长模型生长模拟保护带宽度的确定提供了理论依据和实用的估计方法。

**关键词** 单木生长模型、边缘误差、林分动态、林分生长模拟

用单木生长模型模拟林分生长,关键在于准确地估计单株的竞争状态。要做到这一点,就要求每株对象木都能保持一个完整的竞争空间。样地的大小总有一定的限制,处于样地边缘的林木就无法保持其竞争空间的完整性,从而导致竞争指数的估计误差。单木生长模型可分为距离无关和距离关联(又称空间效应)生长模型两类。用距离无关模型建立的实用系统有Prognosis<sup>[1]</sup>, TWIGS<sup>[2]</sup>以及马尾松(*Pinus massoniana* Lamb.)经营体系模拟软件<sup>[3]</sup>等。由于其模型构造的特殊性,计算时不会产生边界误差。空间效应生长模型的实用系统主要有FOREST<sup>[4]</sup>, 欧洲赤松(*Pinus sylvestris* L.)和挪威云杉(*Picea abies* Karst)林分生长模型<sup>[5,6]</sup>以及我国没有正式发表的几个试验模型等。一般来说距离有关竞争指标都存在边缘误差问题。从现有文献的分布情况看,研究竞争指标构造、原理和适用性的文章较多<sup>[7~10]</sup>,而针对在模型系统环境下的表现,研究的不多。为解决单木生长模型中的边缘误差问题,实用系统通常沿样地的边界设置一条边缘效应带。带内的树木不参加林分生长的评估,以降低边缘误差对林分生长模拟的影响<sup>[5]</sup>。但在分期模拟过程中,边缘效应带内林木的模拟误差还会影响靠近边缘效应带的对象木,产生生长模拟的系统误差。随着模拟次数的增加,误差逐渐向内传播,并由于积累效应而增大。本文旨在对边缘误差成因分析的基础上,推导出误差的传播规律,为提高林分生长模拟质量,提供理论依据。

## 1 边缘误差的成因

### 1.1 几个有关的基本定义

尽管考虑空间效应的单木生长模型系统,已普遍采用边缘效应带降低模拟误差,但仍缺

1993-07-08收稿。

张守攻副研究员(中国林业科学研究院林业研究所 北京 100091)。

\*属国家自然科学基金资助项目“林分多维空间格局的时序截面分析”的部分内容。

乏确定其宽度的理论依据。本文根据对误差的产生和传播规律的分析,提出了3个基本定义。

**保护带(GL):** 为了保护有效模拟区域内树木不受边缘效应影响而设置的样地外环带,它包括边缘效应带和误差阻尼带两部分(图1)。

**边缘效应带(Eb):** 因林木的竞争区域不完全,在第一次模拟中就会产生误差,这些树木占据的区域叫边缘效应带。

**误差阻尼带(Rb):** 用于阻止边缘效应带的误差向内传播而设置的样地带叫误差阻尼带。

### 1.2 误差的产生

林分中每株树竞争区域的大小并不相同,近似圆形区域的半径与对象木及林分中最大优势木的大小有关,在数值上等于待估对象木影响圈<sup>[7,11]</sup>半径与最大优势木

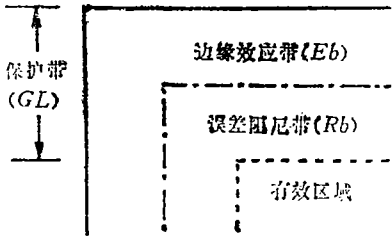


图1 保护带组成示意

影响圈半径( $Rd_{max}$ )之和。只要某一对象木竞争区域的半径大于到样地边界的距离,那么它的竞争区域便是不完全的。竞争区域落于样地边界之外的部分称为外溢面积。不同竞争指标对树木影响圈的定义虽有差别,但其基本原理都是一样的。

如果用树冠的实际重叠度来表示竞争的强弱,那么图2中只有树1具有完全的竞争区域,而其余各单株的竞争区域都是不完全的。

就林分生长模拟而言,保护带愈宽降低误差影响的效果愈好,但盲目增加其宽度也是不可取的。保护带处于样地的外围,其宽度增加会导致无效区域与有效区域面积比例严重失调,降低工作效率。另外,保护带加宽也增加了外业和内业工作量,有时甚至会达到无法承受的地步。因此,找到确定保护带合理宽度的理论依据是非常必要的。

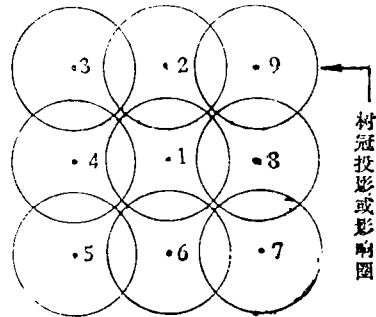


图2 对象木竞争区域构成示意

## 2 误差的传播规律和保护带的确定

### 2.1 边缘效应带宽度的推导及调整

在图2中,如果计数的株数达到25株,即在图2中9株树的外围还有16株树。原有树木就具备了完全的竞争区域,因而也就可以求得它们竞争指数的准确值。这就是保护带能对样地林木生长模拟起保护作用的原理。保护带的宽度受多因素的综合影响,其中最主要的3个因素为:竞争指数的种类、样地中最大优势木的测度值和生长模拟的分期数。

一般来讲,竞争指标不同保护带的宽度也随之变化。样地中最大优势木越大,模拟分期数越多,要求的保护带越宽。其中,竞争指标的种类和最大优势木的大小,主要决定保护带的下限,即边缘效应带的宽度;模拟分期数主要决定误差阻尼带的宽度。

为了说明确定边缘效应带宽度的依据,现考虑一株刚好落在有效区边界上的树木。为了防止漏掉T;外面的竞争木,测量的样地边界就要外延到图3中虚线所示的位置。其宽度等于林内最大优势木影响圈半径的2倍<sup>[12]</sup>,即: $Eb = 2 \cdot Rd_{max}$ 。如果研究对象是同龄人工林或天然林中的相对同龄林,用上法确定的边缘效应带宽是可以满足使用要求的。假如研究对象是

异龄林或天然混交林，问题就不这么简单。在异龄林中，树木个体差别非常大，空间分布不均匀。如果单纯用  $Rd_{max}$  来确定  $Eb$ ，常显得过宽，这就会由于照顾极小比例的树木而付出太大代价。遇此情形，可采用优势平均木影响半径 ( $Rd_{mean}$ ) 代替  $Rd_{max}$  确定边缘效应带。在进行林分生长模拟试验时，不断在理论  $Eb$  的基础上，增减  $Eb$ ，直到有效区内，对象木竞争指标计算误差的最大值，小于允许误差为止。取满足条件的最小宽度为实际应用的  $Eb$ 。

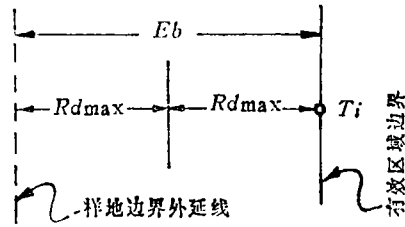


图3 边缘效应带宽示意  
 $T_i$ : 对象木,  $Eb$ : 边缘效应带;  
 $Rd_{max}$ : 最大优势木影响圆半径

### 2.2 边缘误差的传播规律

如果保护带仅由边缘效应带构成，还不能对有效区域内的对象木起到可靠的保护作用。

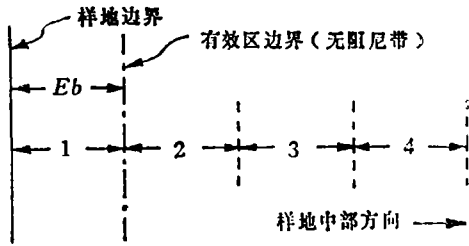


图4 误差传播规律示意

林木在第  $i$  分期产生的误差，将在第  $i+1$  分期向内传播。理论上，边缘效应的传播速度是恒定的，每一个模拟分期向内传播一个边缘带的宽度。而影响强度，则由外向内逐级衰减(图4)。

在同一林分内，林木的生长量可以近似地表示为竞争指数和年龄的函数。考虑同龄人工纯林的情况，在某一时刻生长量的差异，可简单地用竞争指数的一元函数表示。若用  $\Delta G_t$  表

示树木在  $t$  时刻某一测度值的生长量，则

$$\Delta G_t = f(t, CI) \tag{1}$$

式中:  $f(t, CI)$ ——单木生长量方程;  $t$ ——树木的年龄;  $CI$ ——竞争指标。

由于竞争指标误差而引起的生长量的绝对误差可表示为:

$$Eg = f(t, CI_c) - f(t, CI_w) \tag{2}$$

式中:  $Eg$ ——生长量的绝对误差;  $CI_c$ ——竞争指数的真值;  $CI_w$ ——带有误差的竞争指数。

为简单起见，用单木生长方程的一阶导数表示:

$$Eg = \left. \frac{\partial f(t, CI)}{\partial CI} \right|_{CI=CI_c} \cdot (CI_c - CI_w) \tag{3}$$

生长量的相对误差 ( $EEg$ ) 可由下式给出

$$EEg = \frac{Eg}{G_t + \frac{1}{2}\Delta G_t} = \frac{\left. \frac{\partial f(t, CI)}{\partial CI} \right|_{CI=CI_c} \cdot (CI_c - CI_w)}{G_t + \frac{1}{2}f(t, CI_c)}$$

$$= \left[ \left. \frac{\partial f(t, CI)}{\partial CI} \right|_{CI=CI_c} \right] \cdot \left[ \frac{CI_c}{G_t + \frac{1}{2}f(t, CI_c)} \right] \cdot \left[ \frac{CI_c - CI_w}{CI_c} \right] \tag{4}$$

式中:  $EEg$ ——生长量的相对误差;  $G_t$ —— $t$ 时刻的期初生长总量。

$$\text{若令: } \phi = \left[ \frac{\partial f(t, CI)}{\partial CI} \Big|_{CI=CI_c} \right] \cdot \left[ \frac{CI_c}{G_i + \frac{1}{2}f(t, CI_c)} \right] \quad (5)$$

则 $\phi$ 可看成是竞争指数相对误差与生长量相对误差间的转换系数。因此,只要找到了第 $i$ 分期时,第 $j$ 带内林木的生长量估计误差,与第 $i+1$ 分期时,第 $j+1$ 带内竞争指数误差之间的关系,就找到了模拟误差的传播规律。



图5 误差传递系数推导示意

考虑图5所示处于平衡状态的两个质点,若一个质点质量的相对变化量为 $EEg$ ,两质点间的加权分点,以及另一个质点占据空间的变化可表示为:原分点位置 $W_p = x/(x+y)$ ;现分点 $W_c = (x+X \cdot EEg)/(x+x \cdot EEg+y)$ ;空间相对变化量 $GTC = |W_p - W_c|$ 。由于研究的是带间传递规律,可假定其平均竞争能力相差无

几,即 $x=y$ ,因此有:

$$GTC = |1/2 - (1+EEg)/(2+EEg)| \quad (6)$$

为了讨论问题方便,只考虑每带中线处的平均误差。由于第2次模拟时,1带的误差只从外向内影响2带,其余各带不受影响(见图4)。2带 $CI$ 的误差率可由下式近似估计

$$EECI(2) = |1/2 - [1 + \phi \cdot EECI(1)]/[2 + \phi \cdot EECI(1)]| \quad (7)$$

式中: $EECI(j)$ 表示第 $j$ 带的 $CI$ 相对误差。与之相仿,3和4各带也将在后续模拟中,按相同的传播速度及衰减规律,相继受到影响。误差传播一般式:

$$EECI(j+1) = |1/2 - [1 + \phi \cdot EECI(j)]/[2 + \phi \cdot EECI(j)]| \quad (j=1,2,\dots) \quad (8)$$

### 2.3 阻尼带及保护带宽度的确定

由以上分析可知,仅有边缘效应带是不够的,还需要设置一定宽度的误差阻尼带,以确保有效区内树木生长模拟的精度。若想完全消除边缘误差的影响,阻尼带的宽度( $Rb$ )为模拟次数 $n$ 减1,再乘边缘效应带的宽度,即 $Rb = (n-1) \cdot Eb$ 。从内业及外业付出的劳动量和应用效果两方面考虑,没有必要也不太可能完全消除误差。由以上推导可知,误差传播过程中的衰减速度还是很快的。这就可以在允许误差的范围内,尽量缩小阻尼带的宽度。注意到模拟中误差的积累效应,可得 $n$ 次模拟分期后,第 $j$ 带的生长量相对误差的近似估计公式。

$$EEg(n, j) = (n-j-1) \cdot EECI(j) \cdot \phi(j) \quad (9)$$

式中: $EEg(n, j)$ ——第 $j$ 带 $n$ 分期后模拟误差率; $EECI(j)$ ——第 $j$ 带竞争指数相对误差(定义详见(10)式); $\phi(j)$ ——第 $j$ 带竞争指数相对误差与生长量相对误差的变换函数。

$$EECI(j) = \prod_{k=1}^{j-1} \left| 1/2 - \frac{1 + \phi(k) \cdot EECI(k)}{2 + \phi(k) \cdot EECI(k)} \right| \quad (j \geq 2) \quad (10)$$

而 $EECI(1)$ 则要根据竞争区域的定义推导。计算时取处于边缘效应带中线上的优势木为标准, $EECI(1)$ 等于外溢面积占竞争木搜索面积的百分比。

给定模拟次数后,由第2带开始计算各带的相对误差率。假如计算到第 $j$ 带,其相对误差率小于给定允许误差。那么,阻尼带的宽度为 $Rb = (j-2) \cdot Eb$ ,保护带的宽度 $GL = (j-1) \cdot Eb$ 。

### 3 结 论

(1) 限制模拟误差的保护带由两部分组成, 即边缘效应带和误差阻尼带。

(2) 边缘效应带的宽度一般为平均优势木影响圈半径的 2 倍。

(3) 阻尼带的宽度可由模拟允许误差和误差传播公式粗略估计。

(4) 降低边缘误差的影响, 提高模拟质量的对策有 2 个。一是目前常用的方法, 即加宽保护带, 把显著误差限制在有效区外; 二是研究应用新方法, 降低边缘效应带内的误差, 在改进模拟质量的同时提高数据的利用率。

### 参 考 文 献

- 1 Wykoff W R, Crookston N L, Stage A R. User's guide to the stand prognosis model. USDA. For. Ser. Gen. Tech. Rep., 1982, INT-133.
- 2 Brand G J, Holdaway M R, Shifley S R. A description of the TWIGS and STEMS individual-tree-based growth simulation models and their applications. USDA. For. Ser. Gen. Tech. Rep., 1987, NC-120, 950~957.
- 3 中南林学院测树教研室. 马尾松林经营体系数表及其软件的研制. 林业科学, 1993, 29(2): 124~129.
- 4 Ek A R, Monserud R A. Trials with program FOREST: Growth and reproduction for mixed species even-or uneven-aged forest stands. (J. Fries ed.) Royal Coll. For. Sci. Res. (of Sweden), 1974, Notes 30: 56~73.
- 5 Pukkala T. Prediction of tree diameter and height in a Scots pine stand as a function of the spatial pattern of trees. *Silva Fenn.*, 1989, 23(2): 83~99.
- 6 Pukkala T, Kolstrom T. Effect of spatial pattern of trees on the growth of a Norway spruce stand. A simulation model. *Silva Fenn.*, 1991, 25(3): 117~131.
- 7 邵国凡. 关于林木竞争数量指标. 东北林业大学林业译丛, 1985, (1): 1~6.
- 8 韩兴吉. 油松个体林木生长的数学模拟. 北京林业大学学报, 1988, 10(1): 1~9.
- 9 关玉秀, 张守攻. 竞争指标的分类及评价. 北京林业大学学报, 1992, 14(4): 1~8.
- 10 Daniels R F, Burkhart H E, Clason T R. A comparison of competition measures for predicting growth of Loblolly pine trees. *Can. J. For. Res.*, 1986, 16: 1230~1237.
- 11 Boettcher S E, Kalisz P J. Single-tree influence on soil properties in the mountains of eastern Kentucky. *Ecology*, 1990, 71(4): 1365~1372.
- 12 张守攻, 唐守正, 惠刚盈. 单木生长模型竞争指标的优化算法. 林业科学研究, 1993, 6(4): 351~357.

## Disseminating Pattern of Edge Error in Stand Growth Simulation with Individual-tree Model

*Zhang Shougong*

**Abstract** Edge error of simulation system based on individual tree model and its negative effect on stand growth prediction were discussed in this paper. It is proposed that guard lane, which is established to prevent object trees from the disturbance of edge error, should consist of two independent parts, i.e. edge influence band which should be two times the width of a tree influence radius and error resistance one which could be estimated through age class numbers and allowable prediction error. The influence of edge error is dying away as propagating from the boundary to centre of a plot. Systematic error of trees' competition index could be assessed according to their position in a stand, so systematic error of tree growth prediction could be evaluated with the help of a transitive operator, which is used to transfer the relative error of competition index into the relative one of growth prediction and is deduced from a generalized tree growth function. The result presented here can be used to decide with what width of guard lane the sound result might be worked out through the individual tree based model.

**Key words** individual tree model, edge influence, stand dynamic model, stand growth simulation

---

Zhang Shougong, Associate Professor (The Research Institute of Forestry, CAF Beijing 100091).