

林分断面积生长模型研究评述*

杜纪山 唐守正

摘要 林分断面积生长模型是林分生长和收获预估模型体系的主要组成部分。在对常用的断面积生长模型 Richards 型和 Schumacher 型分析的基础上,总结出断面积生长模型研究中应注意的 4 个问题: (1) 选择的自变量应为 3 个,即立地质量指标、年龄和林分密度指标; (2) 间伐林分模型应与未间伐林分模型同时考虑,进而详细介绍了用于间伐林分断面积预估的被压指数法; (3) 间伐指标的构造需要伐前和伐后的林分因子; (4) 提出的模型应具有多种期望性质,如机理性、渐近性、相容性、单调性和预估步长不变性。

关键词 林分生长模型 断面积 间伐

在林分生长和收获预估体系中,林分断面积既是用来预估材积收获的重要变量,又是被估计的主要因子。由于林分断面积具有较高的稳定性和预估性,以及在林业调查和生产实践中的易测定性,所以,林分断面积生长模型的研究也是林分测算因子建模中的主要对象。随着人工经营措施特别是抚育间伐在现有林经营中的广泛应用,关于间伐对林分断面积生长规律影响的模型研究亦有上升趋势。

1 林分断面积生长的一般规律

1.1 未间伐林分

间伐林分断面积预估的基础是未间伐林分断面积预估,所以,了解未间伐林分断面积生长过程是必要的。由于研究的数据和时间所限,林分断面积的生长规律尚未完全明确,但一些学者的研究结果已为人们所接受。

根据植距和初植密度研究结果^[1],在一定的种植密度以上和类似的立地条件下,未间伐林分的断面积生长规律为:①在成熟阶段,单位面积上的断面积接近一个共同的渐近线;②年龄给定时,单位面积上的断面积随存活木株数的增加而加大;③在年龄和存活木株数给定时,单位面积上的断面积随优势木平均高的升高而上升。

对同龄纯林自然稀疏规律的研究在林分断面积生长研究中具有一定的意义^[2],有结论:在较密林分中,①数量成熟年龄较早;②自然稀疏较快;③平均直径较小,但总蓄积与总断面积较大;④连年生长量,在小年龄时大于较疏林分,但在较大年龄时小于较疏林分。

1.2 间伐林分

有假说认为间伐林分的生长量等同于具有相同立木度(单位面积株数)和相同疏密度(单

1996—12—04 收稿。

杜纪山副教授,唐守正(中国林业科学研究院资源信息研究所 北京 100091)。

* 本文得到 1992~1996 年国家自然科学基金项目“我国主要人工用材林生长模型、经营模型及优化控制”的资助,同时感谢北京林业大学的关毓秀教授对本文的指导。

位面积断面积或材积)的较幼年龄的未间伐林分的生长量(即在此年龄它们具有相同单位面积材积)^[3]。但该假设验证时却需要一系列的植距试验^[4]。对于间伐后的林分来说,需要大量的间伐研究数据,尤其是同一地区包含不同种植密度和间伐研究数据,才能有利于断面积预估模型的明确表达。关于间伐林分断面积生长有如下结论^[1]:①年幼时,由于林木之间不存在竞争,间伐后林分与具有相同年龄、立地、单位面积保留木株数的未间伐林分有着相同的断面积,间伐后林分的断面积生长预期与未间伐林分的断面积生长相同;②年龄较大时,具有相同年龄和相同保留木株数的林分,间伐到该条件的间伐后林分比未间伐林分断面积要小,其差异大小取决于间伐方式和间伐强度;③对未间伐和间伐林分,根据年龄、立地质量指标(如优势木平均高)和存活木株数三个变量建立相同的断面积预估方程是不恰当的;④在林分成熟阶段,间伐林分的断面积将接近于未间伐林分(具有相同株数)的断面积。

2 断面积生长模型的研究

从众多研究者提出或应用的断面积生长模型来看,模型的基本形式有两大类,即 Richards 型和 Schumacher 型。需要说明的是, Schumacher 型是 Korf 方程的一个特例^[5]。由于 Schumacher 型形式简单,计算方便,在生长模型研究中得以广泛应用,而 Korf 方程应用较少^[5]。

2.1 常用的 Schumacher 型(含 Korf 方程)断面积生长方程

(1) 在研究相容性火炬松(*Pinus taeda* L.) 生长和收获模型中有材积收获模型^[6]:

$$\ln V = b_0 + b_1 S + b_2 (\ln B) + b_3 A^{-1} \quad (1)$$

式中, S 为地位指数, B 为断面积, A 为林分年龄, b_0, b_1, b_2, b_3 为待定参数。由(1)式可以推出断面积预估方程:

$$B = \Phi^{-1} \exp(\beta_1 + \beta_2 S) \quad (2)$$

式中, Φ 为参数, β_1, β_2 为待定系数。由(2)式还可导出断面积生长方程:

$$B_2 = B_1^{(A_1/A_2)} \exp[(\beta_1 + \beta_2 S)(1 - A_1/A_2)] \quad (3)$$

式中, B_1 为 A_1 时林分断面积, B_2 为 A_2 时林分断面积。

(2) 在断面积预估模型(2)的基础上,增加表示间伐的指标则可获得如下的间伐林分断面积预估方程^[7]。

$$B = \theta^{A^{-1}} \exp(\beta_1 + \beta_2 X_t / A^2 A_t + \beta_3 S) \quad (4)$$

式中, B 为预估的林分断面积, A 为预估时刻的林分年龄, S 为林分地位指数, A_t 为最近间伐时的年龄, X_t 为间伐指标变量, θ 为参数。由方程(4)同样可得到间伐林分的断面积生长模型:

$$B_2 = B_1^{(A_1/A_2)} \exp[\beta_1(1 - A_1/A_2) + \beta_2 X_t(1/A_2 - 1/A_1)/A_1 A_2 + \beta_3 S(1 - A_1/A_2)] \quad (5)$$

式中, B_2 为 A_2 时的断面积, B_1 为 A_1 时的断面积。

该模型具有以下所期望的性质:① $\lim_{A_1 \rightarrow A_2} B_2 = B_1$; ② $\lim_{A_2} B_2 = \exp(\beta_1 + \beta_3 S)$; ③ 预估步长不变性,当 $A_1 < A_2 < A_3$ 时,由 A_1 时的 B_1 经过 A_2 时的 B_2 预估 A_3 时的 B_3 , 和由 A_1 直接预估 A_3 的 B_3 结果完全一致; ④ 如果 $\beta_2 < 0$, 那么 B_2 是 X_t 的单调递增函数, 因为 $(1/A_2 - 1/A_1)$ 总是负的; ⑤ 当 $X_t = 0$ 时, 间伐林分断面积生长模型就衰减为未间伐林分断面积生长模型。

由上述性质可以看出, 模型(5)是相容性的间伐和未间伐林分断面积生长预估模型。

(3) 在印度黄檀 (*Dalbergia sissoo* Roxb.) 可变密度收获表中, 有主林木断面积预估方程^[8]:

$$\ln BA = b_0 + b_1(\ln A)(\ln SI) + b_2(A) + b_3(SI) + b_4(\ln N) \quad (6)$$

式中, BA 为林分每公顷断面积, N 为每公顷林木株数, SI 为地位指数, A 为林分年龄。

(4) 在火炬松生长和收获研究中, 提出了断面积生长方程^[9]:

$$\ln B_2 = (A_1/A_2)\ln B_1 + \alpha(1 - A_1/A_2) + \alpha(1 - A_1/A_2)S \quad (7)$$

式中的符号意义同(4)和(5)式, α, α 为待定参数。该模型可以看作是 Schumacher^[10]收获方程的生长函数化。在美国鹅掌楸 (*Liriodendron tulipifera* L.) 生长模型体系中, 也用到了(7)式^[11]。

(5) 在思茅松 (*Pinus kesiya* Royel ex Gord) 生长模型体系中, 预估平均断面积用的是 Schumacher 函数式的修正形式(Korf 形式), 模型为^[4]:

$$\ln(g_m) = a + b/T^c \quad (8)$$

式中, g_m 为三年间平均断面积生长, T 为林分年龄, a, b, c 为与林分因子有关的参数。 a 与地位指数和每公顷株数有关, b 与地位指数有关, c 与每公顷株数有关。

(6) 在 Schumacher 类型可变密度收获方程的基础上, 有的学者提出的断面积收获预估方程如下^[12]:

$$\ln B = \beta_0 + \beta_1(1/A) + \beta_2(\ln N) + \beta_3(\ln H) + \beta_4(\ln N/A) + \beta_5(\ln H/A) \quad (9)$$

同时, 他们将其用于间伐林断面积收获预估时认为, 间伐与未间作林分断面积差异的大小取决于间伐时的年龄和间伐强度, 从而得到间伐和未间伐林分相容的断面积预估方程:

$$\ln B = \beta_0 + \beta_1(1/A) + \beta_2(\ln N) + \beta_3(\ln H) + \beta_4(\ln N/A) + \beta_5(\ln H/A) + \beta_6[N_t A_i / (N_a A)] \quad (10)$$

式中, A_t 为林分最近一次间伐时的年龄, A 为林分现在年龄, H 为林分优势木平均高, N 为现在每公顷林木株数, N_t 为最近一次间伐中伐去林木株数, N_a 为最近一次间伐后保留林木株数。

(7) 基于年龄和期初断面积, 为间伐后的湿地松 (*Pinus elliottii* Engelm.) 人工林导出了一个简单的断面积生长预估方程(Korf 形式)^[13]:

$$\ln B_2 = (A_1/A_2)^\alpha \ln(B_1) + \beta[1 - (A_1/A_2)^\alpha] \quad (11)$$

(8) 利用南非湿地松初植密度和间伐研究材料, 提出未间伐人工林断面积预估模型^[11]:

$$B = \exp(\beta_0/A) H^{\beta_1 + \beta_2/A} N^{\beta_3 + \beta_4/A} \quad (12)$$

式中, H 为优势木平均高, N 为每英亩保留木株数, A 为林分年龄。然后, 利用被压指数关系式推出间伐林分的断面积预估模型。

2.2 常用的 Richards 型断面积生长方程

(1) 在兴安落叶松 (*Larix gmelini* (Rupr.) Rupr.) 天然林林分生长模型和可变密度收获表的研究中, 从 von Bertalanffy 生长法则出发, 利用反映林分每公顷株数和林分平均直径之间关系的林分密度指数, 由平均直径生长方程可推导出林分每公顷断面积的生长方程为^[14]:

$$G = A_1 \{1 - \exp[-bS^c(t - t_0)]\}^R \quad (13)$$

式中, A_1 为断面积生长的渐近值, S 为密度指标 ($S = 10\,000/SDI$, SDI 为林分密度指数), t_0 为林分平均高达到胸高 1.3 m 时的平均年龄, c, R 为待定参数。

(2) 在大岗山实验局人工林可变密度收获表的编制中, 对断面积生长方程(13)做了进一步的改进, 是 Richards 生长模型在地位质量和密度两个方向上的扩展, 其模型为^[15]。

$$G = b_1 L^{b_2} \{1 - \exp[-b_4 S^{b_5}(t - t_0)]\}^{b_3} \quad (14)$$

式中, L 为地位指数, S 为林分密度指数, b_1, b_2, b_3, b_4 和 b_5 为待定参数。

(3) 在研究辐射松(*Pinus radiata* D. Don)断面积生长模型中, 可由 Gompertz 函数得到断面积生长模型^[16]:

$$B_k = B_{k-1} \exp\{\exp[\alpha + \beta \ln(t_{k-1})] - \exp(+\beta \ln(t_k))\} \quad (15)$$

式中的 α, β 与林分条件相关。由于该式考虑了间伐时伐去的断面积, 故可用于间伐林分断面积生长的预估。

2.3 断面积生长模型研究的方法论

从上述断面积预估或生长方程中可看出, 无论是未间伐还是间伐林分, 主要的基础模型是 Schumacher 型和 Richards 型。这两类模型之所以得到普遍应用是它们具有较好的数学和生物学含义^[17, 18]。从数学性质上说, 它们有: ①上下渐近线; ②单调递增; ③一个拐点; ④步长不变性。从生物学意义上讲, 两类模型的参数含义均较明确, 有反映断面积渐近值的参数, 也有与断面积生长速率相关的参数。实际应用时, 需寻求模型参数与林分因子间的相关关系。因此, 这两类模型在构建断面积生长模型的特性, 为今后的同类研究提供了有益启示。

2.3.1 自变量的选择 与材积收获模型一样, 在断面积预估或生长模型中应当包含立地质量、年龄、密度三个自变量。分析断面积预估方程的实例, 模型(2)、(3)、(4)、(5)、(7)中缺少密度指标; 模型(11)过于简单, 仅含有年龄变量; 模型(13)缺少立地质量的指标; 模型(6)、(8)、(9)、(10)、(12)、(14)和(15)则三个自变量齐全。

立地质量将影响林地的生产力。人工林长期植距研究表明, 林分断面积的渐近线随立地质量而变化, 且在给定年龄时, 断面积与单位面积株数和立地质量呈正相关^[12]。密度指标有多种, 林分断面积本身就常作为可变密度指标用于材积收获预估方程。在断面积预估和生长方程中, 主要使用的可变密度指标有单位面积林木株数, 林分密度指数^[9]。对全林整体模型^[20]中的断面积模型^[21], 采用名义年龄法^[2], 可达到对断面积生长过程的预测。

2.3.2 间伐林分的断面积预估 人们普遍认为, 间伐林分与未间伐林分在断面积生长过程中有所不同, 故在建模中有三种方法: 第一种是断面积采用同一方程, 间伐林分和未间伐林分只是在方程系数上不同^[11, 22], 该方法无法反映不同间伐体制对断面积生长的影响, 有相当的局限性; 第二种是在间伐林分断面积预估模型中增加表示间伐体制的变量, 这种方法多在开始使用前, 就考虑未间伐林分与间伐林分的相容性问题, 具有较好的期望性质; 第三种是从未间伐林分出发, 实现间伐林分断面积的预估, 这是 Pienaar 等提出的间伐林分断面积预估研究新思路。由于第三种方法的独特性, 下面总结其发展过程。

以 Chapman-Richards 对 von Bertalanffy 生长函数的扩展为基础, 提出了未间伐林分断面积预估方程如下^[23]:

$$B_t = A \{1 - \exp[-k(t - t_0)]\} \quad (16)$$

式中, B_t 为林分 t 年时每公顷断面积, A 为假设在给定立地和宽范围种植密度条件下的每公顷渐近断面积, t_0 为林木长到胸高时的年龄, 并假定它是地位指数的函数, k 为生长率参数。而在有间伐时, 提出假设, 对于宽间伐体制, 间伐林分断面积生长率与具有相同年龄和相同断面积

的未间伐林分的断面积生长率相同。

在研究间伐后人工林断面积生长后认为^[24], 间伐后的林分与具有相同年龄、地位指数和每公顷株数的未间伐林分在断面积生长上的差异, 反映了保留林木被压的程度相对于未间伐林木被压的水平, 因此, 对于间伐林分, 定义被压指数 IS 如下:

$$IS = (B_u - B_t) / B_u \quad (17)$$

式中, B_t 为间伐林分每公顷断面积, B_u 为与间伐后林分具有相同年龄、相同地位指数和相同每公顷株数的未间伐林分断面积。

假设年龄 t_1 时, 林分刚间伐后的被压指数是 IS_{t_1} , 在 t_2 时被压指数为 IS_{t_2} , 未间伐林分每公顷断面积 t_1 时为 B_{t_1} , t_2 时为 B_{t_2} , 那么, 林分间伐后从 t_1 到 t_2 间的断面积生长 b 为:

$$b = (1 - IS_{t_2})B_{t_2} - (1 - IS_{t_1})B_{t_1} \quad (18)$$

被压指数之间的关系可为:

$$IS_{t_2} = IS_{t_1}^{\beta} \exp[-\beta(t_2 - t_1)] \quad (19)$$

该方程的合理性在于间伐后随时间的加大, 林分被压指数趋于消失, 间伐林分断面积趋于并最终等于同样年龄、立地和每公顷株数的未间伐林分断面积。

用 45 年生未间伐和间伐湿地松林分进行断面积生长分析时^[25], 首先对 7 种初植密度复测样地拟合 Chapman-Richards 生长模型以预估未间伐林分的断面积生长:

$$B_t = \alpha \{1 - \exp[-\beta(t - \gamma)]\}^{\delta} \quad (20)$$

式中, B_t 为 t 年时每公顷断面积, t 为林木种植后年龄, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 为待估参数。由于 β, δ 均随种植密度的增加而趋于加大, 故在模型(20)中考虑初植密度, 从而有模型:

$$B_t = \alpha \{1 - \exp[-\beta(t - \gamma)]\}^{\delta} \quad (21)$$

式中, $\beta = \beta_0[1 - \exp(-\beta_1 N_p)]$, $\delta = \delta_0[1 - \exp(-\delta_1 N_p)]$, N_p 为树木栽植一年后每公顷的存活株数, $\beta_0, \beta_1, \delta_0, \delta_1$ 为待定参数。

从经验上说, 间伐林分的断面积收获曲线将渐近于同等条件下未间伐林分的断面积收获曲线, 即具有相同年龄、地位指数和每公顷株数的人工林, 无论其是否间作过, 其断面积收获将最终相聚。而这种相聚的速率将取决于年龄和用被压指数表示的相对竞争程度, 被压指数间关系可用如下模型表示:

$$IS_2 = IS_1 \exp\{- (B_4 + B_5 IS_1) [(t_2 - t_1) / t_1]^{B_6}\} \quad (22)$$

式中, IS_2 为年龄 t_2 时的被压指数, IS_1 为年龄 t_1 时间伐后的被压指数, B_4, B_5, B_6 为待估参数。这样, t_2 时间伐林分的断面积为:

$$B_{t_2} = (1 - IS_2)B_{u_2} \quad (23)$$

式中, B_{t_2} 为年龄 t_2 时间伐过林分所预估的每公顷断面积, B_{u_2} 为 t_2 时同等条件下的未间伐林分所预估的断面积, IS_2 为 t_2 时预估出的被压指数。

1985 年, Pienaar 等^[26]采用了两种方法预估间伐后湿地松人工林断面积生长, 并用数据拟合以说明这两种方法的预估效果。第一种方法为基于断面积生长模型的间伐效应模型。依据 Schumacher^[10]和 Clutter 等^[13]的方程形式, 产生基本的断面积生长模型:

$$B_2 = B_1 (A_1 / A_2)^{c_1} \exp\{c_2 [1 - (A_1 / A_2)^{c_1}]\} \quad (24)$$

式中, B_1 为年龄 A_1 时每公断面积, B_2 为 A_2 时每公顷断面积。而间伐和未间伐人工林分需要

分别拟合。由于间伐林分在间伐强度上有所不同,故从模型(24)导出含有间伐效应的断面积生长模型:

$$B_2 = B_1^{(A_1/A_2)^{c_0 + c_1 X}} \exp\{c_2[1 - (A_1/A_2)^{c_0 + c_1 X}]\} \quad (25)$$

式中, $X = TPA_i / TPA_a$, TPA_i 和 TPA_a 分别是间伐中伐去的和保留的每公顷株数, c_0, c_1, c_2 为待定参数。可以看出, $X = 0$ 时, 模型(25)就衰减为模型(24)。

第二种方法是以未间伐林分作参照进行比较的间伐效应模型。不同年龄时被压指数之间关系的方程式有所变化, 此时为:

$$IS_2 = IS_1^{(A_1/A_2)^c} \quad (26)$$

式中, IS_1 是年龄 A_1 时间伐后即测的被压指数, IS_2 是未来某年龄 A_2 时间伐林分的被压指数, c 为待定参数。模型(26)具有这样的性质, 当 $IS_1 = 1$ 时, $IS_2 = 1$; $A_2 = A_1$ 时, $IS_2 = 1$ 。

经数据拟合, 当间伐林分断面积的预估基于未间伐林分和被压指数时, 具有更高的准确性, 说明第二种方法优于第一种方法。

Pienaar 等^[1] 1993 年将他以往的间伐林分断面积生长研究更加系统化, 并对未间伐和间伐林分的断面积生长规律进行了总结。在间伐林分断面积的生长预估上, 其值仍采用被压指数从未间伐林分断面积生长中导出, 从而提出了两期年龄时被压指数关系简单预估模型:

$$IS_2 = IS_1 \exp[-\alpha(A_2 - A_1)] \quad (27)$$

式中, IS_1 和 IS_2 分别是年龄 A_1 和 A_2 时的被压指数, α 为待定系数。

2.3.3 间伐指标的选择 近十多年来, 在间伐模型研究中, 产生了一些间伐指标, 如以直径比(伐去木平均直径除以伐前所有林木平均直径)为基础形成间伐指标变量^[7]; 表示间伐体制的修正项^[12]; 间伐中伐去和保留木的每公顷株数^[26]; 根据伐前、伐后断面积, 间伐时年龄和林分现在年龄形成表示间伐的变量^[27]; 用林分年龄, 林分间伐时年龄, 间伐前断面积和间伐后断面积提出间伐效应函数^[28]。

总的说来, 与间伐效应有关的间伐表达因子可有: 间伐时年龄、间伐前株数、间伐后保留株数、间伐前断面积、间伐后保留断面积、伐前平方平均直径、伐后保留木平方平均直径等。这些因子的综合能够说明间伐时间、间伐方式和间伐强度。

2.3.4 断面积生长模型的性质 对于林分断面积生长模型, 特别是间伐林分断面积生长模型, 应具备以下几点期望性质:

(1) 渐近性: 即在一定立地条件下, 某一树种林分最终可以达到的断面积量, 该渐近性对未间伐林分和间伐林分均成立。

(2) 相容性: 对未间伐林分, 断面积生长和收获相容; 对间伐林分, 不但断面积生长和收获相容, 而且与未间伐林分断面积相容。

(3) 单调性: 随着年龄的增加, 断面积总量应是逐渐增大并最终趋于渐近值。间伐林分从伐后的保留断面积单调上升直至最后的渐近值。

(4) 预估步长不变性: 无论是未间伐林分还是间伐林分, 由年龄 t_1 经 t_2 预估 t_3 时的断面积和由 t_1 直接预估 t_3 时的断面积均具有相同的预估结果。

(5) 机理性: 对未间伐林分断面积生长模型来说, 模型参数应具有较为明显的生物学意义。对间伐林分断面积生长模型, 参数须有生物学意义, 并且其中的间伐变量显式或隐式能够说明不同间伐体制对断面积生长过程的影响。

3 讨 论

(1) 模型的机理性已成为建模的发展趋势, 断面积生长模型也不例外。在建立断面积生长模型中, 需要林分年龄、立地质量和密度指标三个因子, 因此, 含有这三个变量的 Richards 型和 Schumacher 型断面积生长模型得到了众多学者的认可, 且其机理性和预估效果也比同类断面积模型为优。

(2) 从已有的间伐林分断面积生长规律来看, 间伐林分的断面积生长最终会趋于未间伐林分的断面积, 因为它们具有共同的断面积渐近值。这样, 建立未间伐林分和间伐林分的相容性断面积生长模型具有理论和实践的双重意义。此时, 如何选取适宜的间伐指标就成为相容性断面积生长模型的关键所在。

(3) 本文之所以对被压指数给予了详细的总结, 原因在于该方法经过了比较系统的研究, 且其实际应用价值较大。在条件许可时, 有必要对此方法做进一步的验证和研究。

(4) 地位指数曲线的恰当与否也影响到断面积生长模型的预估效果, 因此, 有必要对地位指数曲线是否受间伐措施(特别是强度间伐)和密度的影响进行研究。

参 考 文 献

- Pienaar L V, Rheney J W. Basal area prediction for thinned plantations. Burkhart H E, Gregoire T G, Smith J L (ed). in: Modelling stand response to silvicultural practices. Blacksburg, Virginia, U S A, September 27-October 1, 1993, 88 ~ 97.
- 唐守正. 同龄纯林自然稀疏规律的研究. 林业科学, 1993, 29(3): 234 ~ 241.
- Marsh E K, Burgers T F. The response of even-aged pine stands to thinning. Forestry in South Africa, 1973, (14): 103 ~ 110.
- Saramaki J. A growth and yield prediction model of *Pinus kesiy a* (Royle ex Gordon) in Zambia. Acta Forestalia Fennica, 1992, 230. 68.
- Zeide B. Accuracy of equations describing diameter growth. Can. J. For. Res., 1989, 19: 1283 ~ 1286.
- Clutter J L. Compatible growth and yield models for loblolly pine. For. Sci., 1963, 9(3): 354 ~ 371.
- Bailey R L, Ware K D. Compatible basal-area growth and yield model for thinned and unthinned stands. Can. J. For. Res., 1983, 13: 563 ~ 571.
- Sharma R P. Variable density tables of *Dalbergia sissoo* (plantation origin). Indian Forester, 1979, 105(6): 421 ~ 435.
- Sullivan A D, Clutter J L. A simultaneous growth and yield model for loblolly pine. For. Sci., 1972, 18(1): 76 ~ 86.
- Schumacher F X. A new growth curve and its application to timber-yield studies. J. For., 1939, 37(10): 819 ~ 820.
- Knoebel B C, Burkhart H E, Beck D E. A growth and yield model for thinned stands of yellow poplar. For. Sci., 32(2): Monograph 27, 1986, 62.
- Pienaar L V, Shiver B D. Basal area prediction and projection equations for pine plantations. For. Sci., 1986, 32(3): 626 ~ 633.
- Clutter J L, Jones E P Jr. Prediction of growth after thinning in old-field slash pine plantations. USDA For. Serv. Res. Pap., SE-217. 1980, 19.
- 张少昂. 兴安落叶松天然林分生长模型和可变密度收获表的研究. 东北林业大学学报, 1986, 14(3): 17 ~ 25.
- 李希菲, 唐守正, 王松龄. 大岗山实验局杉木人工林可变密度收获表的编制. 林业科学研究, 1988, 1(4): 382 ~ 389.
- Candy S G. Growth and yield models for *Pinus radiata* in Tasmania. N Z J For. Sci., 1989, 19(1): 112 ~ 133.
- 张少昂, 王冬梅. Richards 方程的分析和一种新的树木理论生长方程. 北京林业大学学报, 1992, 14(3): 99 ~ 105.
- 李凤日. 广义 Schumacher 生长方程的推导及应用. 北京林业大学学报, 1993, 15(3): 148 ~ 154.

- 19 Reineke L H. Perfecting a stand-density index for even-aged forests. *Journal of Agricultural Research*, 1933, 46(7): 627 ~ 638.
- 20 唐守正. 广西大青山马尾松全林整体模型及其应用. *林业科学研究*, 1991, 4(森林资源现代化经营管理增刊): 8 ~ 13.
- 21 唐守正, 李希菲. 用全林整体模型计算林分纯生长量的方法及精度分析. *林业科学研究*, 1995, 8(5): 471 ~ 476.
- 22 Jose Roberto Soares Scolforo. Integrated system for present and future growth and yield prediction and analysis of *Pinus caribaea hondurensis* in Agudos, Sao Paulo, Brazil. Burkhardt H E (ed). In: *Research in forest mensuration, growth and yield*. Montreal, Canada, August 5 ~ 11, 1990, 186 ~ 199.
- 23 Pienaar L V, Turnbull K J. The Chapman-Richards generalization of von Bertalanffy's growth model for basal area growth and yield in even-aged stands. *For. Sci.*, 1973, 19(1): 2 ~ 22.
- 24 Pienaar L V. An approximation of basal area growth after thinning based on growth in unthinned plantations. *For. Sci.*, 1979, 25(2): 223 ~ 232.
- 25 Pienaar L V, Shiver B D. An analysis and models of basal area growth in 45-year-old unthinned and thinned slash pine plantation plots. *For. Sci.*, 1984, 30(4): 933 ~ 942.
- 26 Pienaar L V, Shiver B D, Grider G E. Predicting basal area growth in thinned slash pine plantations. *For. Sci.*, 1985, 31(3): 731 ~ 741.
- 27 Short E A, Burkhardt H E. Predicting crown-height increment for thinned and unthinned loblolly pine plantations. *For. Sci.*, 1992, 38(3): 594 ~ 610.
- 28 Liu J, Burkhardt H E, Amateis R L. Projecting crown measures for loblolly pine trees using a generalized thinning response function. *For. Sci.*, 1995, 41(1): 43 ~ 53.

The Review of Studies on Stand Basal Area Growth Model

Du Jishan Tang Shouzheng

Abstract Stand basal area growth model is a main component of stand growth and yield prediction model system. Based on the analysis of the common stand basal area growth model such as Richards model and Schumacher model, four important questions in study on stand basal area growth model are summarized as follows: (1) Three variables should be included in the model i. e. site quality index, age, and stand density index. (2) Thinned and unthinned stand growth model should be considered at the same time. Furthermore, the method of index of suppression used for basal area prediction for thinned stands is introduced in detail. (3) The construction of thinning index needs stand factors before thinning and after thinning. (4) The proposed model should have the desirable properties, such as mechanism, asymptotic property, compatibility, monotonicity, and the invariance for projection length.

Key words stand growth model basal area thinning