

长白落叶松人工林生长模型的研究*

孙晓梅 李凤日 牛 山 张阳武

摘要 根据黑龙江省孟家岗林场、江山娇林场的固定标准地及吉林省松江河地区的团状枝解析样地调查数据,基于 Korf 生长方程,导出了落叶松人工林分自然稀疏模型和断面积生长模型,以此为核心构造了满足相容性原则的树高曲线动态预估模型、林分收获预估模型落叶松人工林生长模型系统。用由这 4 个模型构成的模型系统可模拟不同林分的平均胸径、每公顷株数、林分断面积及林分蓄积的生长过程,并与实际林分很接近。

关键词 长白落叶松 林分密度 林分断面积 生长与收获

长白落叶松(*Larix olgensis* Henry)是我国的主要用材树种之一。我国从 50 年代初期进行落叶松人工林的大面积营造,建立落叶松人工林生长模型系统,对科学地经营这些森林具有重大的理论和实践意义。目前,国际上研究林分生长模型已从传统的回归建模向着包含某些生物生长机理的生物数学生长模型方向发展¹⁾。所谓生物数学生长模型是以生物学假设推导的理论生长方程为基础,根据林木生长的生理生态学知识构造的模型,它克服了传统回归方法所建模型在应用时不能外延的缺点,并可以合理地预估未来林分的生长和收获量。

1 资料的收集

各样地的测树因子及概况见表 1,黑龙江省孟家岗林场为 5 块标准地,江山娇林场 1 块,吉林省松江河林业局 3 块。

表 1 落叶松人工林各标准地的测树因子

样地	面积 (hm ²)	林龄 (a)	胸径 (cm)	树高 (m)	优势高 (m)	地位 指数	密度 (株/hm ²)	初植 密度	断面积 (m ² /hm ²)	蓄积量 (m ³ /hm ²)	调查 次数	经营情况
孟家岗	0.20	39	15.6	18.5	21.8	15	2 015	2 995	37.99	255	17	未间伐
孟家岗	0.20	39	16.7	18.6	21.0	15	1 605	1 670	34.81	236	19	1974 年间伐
孟家岗	0.20	39	17.6	17.6	19.3	14	1 436	1 436	34.05	232	19	1974 年间伐
江山娇	0.05	39	16.9	21.1	22.9	16	1 680	2 580	37.82	238	17	未间伐
松江河	0.10	26	17.4	18.4	20.6	16	1 243	1 293	29.52	235	20	未间伐 ^①
松江河	0.10	25	11.5	15.4	17.2	14	2 411	2 863	25.17	179	19	未间伐 ^①
松江河	0.10	21	12.7	13.0	16.5	17	2 090	2 712	25.70	167	15	未间伐 ^①

注:①资料取自枝解析样地。

1996—10—27 收稿。

孙晓梅助理研究员(中国林业科学研究院林业研究所 北京 100091);李凤日(东北林业大学);牛山(黑龙江省塔河县勘查设计院);张阳武(林业部调查规划设计院)。

* 本文为国家自然科学基金项目(1993~1996 年)“落叶松人工林林分密度动态研究”的部分内容。

1) 李凤日. 落叶松人工林林分动态模拟系统的研究. 博士学位论文,北京林业大学,1995.

2 长白落叶松人工林分生长模型系统

2.1 长白落叶松人工林分自然稀疏模型

林分密度是影响林分生长的重要因素,也是森林经营实践中可以有效控制的主要因子。林分密度理论包含两部分内容:最大密度线和现实林分的自然稀疏线。传统的研究方法是利用不同林分条件(年龄、立地、初植密度等)的一次性调查或短期调查数据,建立林分的最大密度线,并假设不同林分条件的现实林分最终趋向于同一密度线,由于样本中林分条件的差异,该密度线是不同林分的平均水平,并不反映现实最大密度林分的自然稀疏过程¹⁾。本文采用落叶松人工林不同初植密度、不同生境条件下的固定样地资料,直接建立反映不同初植密度、不同立地条件的林分自然稀疏模型。

2.1.1 模型的推导 通过分析不同林分发育过程中林木株数的变化,假设:(1)林分株数(N)随林分平均胸径(Dg)的增大而下降,且存在最小值(N_{min});(2)林分由初植密度(N_0)经过自然稀疏至某一状态时的枯损株数($N_0 - N$)随着林分平均直径的增大而增大;(3)林木的枯损株数相对于平均胸径的增长速率 $[1/(N_0 - N)] \cdot [d(N_0 - N)/dDg]$ 与平均胸径的 p 次幂成反比。即:

$$[1/(N_0 - N)] \cdot [d(N_0 - N)/dDg] = qDg^{-p} \quad (q > 0, p > 0) \quad (1)$$

解此微分方程,并将初始条件 $Dg = 0, N = N_{min}$ 代入通解中,得到林分自然稀疏模型:

$$N = N_0 - (N_0 - N_{min}) \exp(-bDg^{-k}) \quad (b > 0, k > 0) \quad (2)$$

上式有两条渐近线: $Dg \rightarrow 0$ 时, $N \rightarrow N_0$; $Dg \rightarrow \infty$ 时, $N \rightarrow N_{min}$; 有一个拐点:

$$Dg_I = \left(\frac{k+1}{bk}\right)^{1/(p-1)} \quad N_I = N_0 - (N_0 - N_{min}) e^{-(k+1)/k}$$

2.1.2 模型的参数估计 利用固定样地的连续复测资料,采用非线性模型的参数回归估计法——Marquardt 迭代法估计(2)式的参数,模型的拟合结果及参数的显著性检验结果见表2。

表2 林分自然稀疏模型的参数估计值及参数检验结果

项 目	模型参数检验			拟合统计量			
	N_{min}	b	k	n	R_{ss}	$S_{y \cdot x}$	R^2
参数值	2 053.472	4 492.249	3.373	136	1 135.206	91.3625	0.9779
标准误	25.59	65 153.32	0.3173				
t 值	55.64	1.244	13.716	$t_{0.05}(133) = 1.96$			

为进一步说明不同立地条件、不同初植密度的自然稀疏过程的动态变化规律,对各林分进行立地指数(SI)、初植密度(N_0)与其自然稀疏模型参数间的简单相关分析,结果见表3。由表3可知,林分初植密度 N_0 与

表3 林分立地指数、初植密度与自然稀疏模型参数的相关系数

林分条件	N_{min}	b	k
初植密度	0.9218	0.4000	0.8900
立地指数	-0.6455	0.1337	0.5445

自然稀疏线的下限密度 N_{min} 及形状参数 k 成正比,而与参数 b 相关不紧密,说明在同一立地条件下,林分初植密度 N_0 越大,自然稀疏线的最终下限密度 N_{min} 也越大,林分发生自然稀疏的时间越早,到达曲线拐点的时间也越早。对于某一初植密度,林分株数随着林分平均直径的不

断增大而减少,待降至林分下限密度时,林分达到稳定状态,直至林分解体。林分初始密度小于或等于下限密度时,林分不发生自然稀疏现象。另一方面,立地指数 SI 与自然稀疏线的下限密度 N_{min} 呈负相关,而与参数 k 呈正相关,与 b 不相关,说明当林分初植密度相同时,立地条件越好,林分生长越快,林分发生自然稀疏现象越早,林分自然稀疏率越大,相应地自然稀疏线的下限密度越小。由此,采用再参数化的方法将林分自然稀疏线的下限密度 N_{min} 和参数 k 作为初植密度 N_0 、立地指数 SI 的幂函数乘积的形式引入模型(2)式中,得到反映不同初植密度、不同立地的长白落叶松人工林自然稀疏模型(3)式,其拟合效果见图 1。

$$N = N_0 - (N_0 - 264.2538 N_0^{0.2867} SI^{-0.1480}) e^{-3.834280Dg^{-0.4687} N_0^{0.3106} SI^{0.02129}} \quad (3)$$

$n = 137, R_{ss} = 532164.3, S_{y \cdot x} = 62.5538, R^2 = 0.9897$

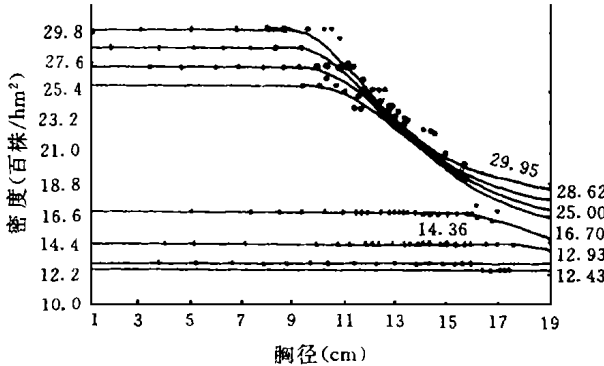


图1 落叶松人工林自然稀疏模型的拟合效果

2.2 长白落叶松人工林断面积生长模型

不考虑非密度因素制约的枯损时,断面积模型应为存在一个拐点的“S”型曲线^[1]。随着时间的变化,树木的生长呼吸和维持呼吸也随之增大,且活力逐渐下降,故产生自身的抑制作用^[2],引用一般的自治模型来描述:

$$\frac{1}{G} \frac{dG}{dt} = q \times (\ln \frac{A}{G})^p \quad (q, p > 0) \quad (4)$$

其中: G 为断面积; t 为林分年龄; q 为内禀增长率; p 为衰减幂指数; A 为渐近参数。解此微分方程,由初始年龄 t_1 到未来年龄 t_2 积分得:

$$G_2 = A \cdot \exp\{-[(\ln A - \ln G_1)^{-\frac{1}{k}} + b(t_2 - t_1)]\}^{-k} \quad (5)$$

Pienar 和 Turnbull 认为“不同初植密度的林分趋向于相同的断面积渐近线,并随着初植密度的减小而降低”^[4],因此断面积模型为:

$$G_2 = A_2 \cdot \exp\{-[(\ln A_1 - \ln G_1)^{-\frac{1}{k}} + b(t_2 - t_1)]\}^{-k} \quad (6)$$

式中 $A_i (i = 1, 2)$ 是关于林木株数的函数 $g(N)$, $g(N)$ 满足: (1) 当 $N \rightarrow 0$ 时, $g(N) \rightarrow 0$; (2) $g(N)$ 随着 N 的增加最终达到相对稳定的极值; (3) 当林分处于自由生长状态时,断面积的生长不受制约^[1]。满足上述条件的最简单方程为: $A = \alpha_0(1 - e^{\alpha_1 N})$ 。 (7)

林分所处的立地不同,断面积生长潜力也不相同,在(7)式中立地因子对断面积生长的影响是通过林分保留木株数模型间接体现的,因此断面积预估方程的最终形式为:

$$G_2 = \alpha_0(1 - e^{\alpha_1 N_2}) \cdot \exp\{-[(\ln(\alpha_0(1 - e^{\alpha_1 N_2})) - \ln G_1)^{-\frac{1}{k}} + b(t_2 - t_1)]\}^{-k} \quad (8)$$

$(\alpha_0, k, b > 0; \alpha_1 < 0)$

表4 林分断面积模型的参数拟合及检验结果

项目	模型参数检验				拟合统计量			
	α_0	α_1	b	k	n	R_{ss}	$S_{y \cdot x}$	R^2
参数值	137.881 0	- 0.001 4	0.015 7	0.406 0	128	92.856 3	0.851 7	0.990 8
标准误	25.158 3	0.000 3	0.003 0	0.003 5				
t 值	5.480 5	4.594	5.187 7	114.39	$t_{0.05}(124) = 1.96$			

利用上述 7 块样地的数据拟合(8)式, 拟合参数及检验结果见表 4, 残差分布如图 2 所示。

由表 4 可知, 各参数均差异显著, 相关系数达 0.99。从图 2 可知该模型的残差($\epsilon = G_i - \hat{G}_i$)分布接近正态, 为了进一步分析断面积生长模型的残差分布, 用 χ^2 检验法对模型残差分布做正态检验, $\chi^2 = 9.183066 < \chi^2_{0.05}(132) = 18.30704$, 故 $\epsilon \sim N(0.0020455, 0.83927)$, 表明本文所构造的林分断面积生长模型(8)式是有效的。

2.3 长白落叶松人工林分树高曲线动态模型

可利用不同林分条件下的树高和胸径的关系, 直接用胸径生长的预估值来预测树高的生长, 以附加初始条件的单分子式作为落叶松人工林树高曲线的基本模型, 采用文献 1) 中建立的树高曲线动态预估模型, 以体现不同立地条件的树高生长差异, 利用孟家岗林场、松江河林业局不同年龄胸径和树高的树干解析数据拟合该式, 得到树高曲线动态预估模型:

$$H = 1.3 + 1.378 5A^{0.7390} [1 - \exp(-1.5417SI^{0.8688}D)] \quad (9)$$
$$Sy \cdot x = 0.7826, R = 0.976, R_{ss} = 107.1834$$

2.4 长白落叶松人工林分收获模型

利用落叶松人工林各固定样地不同年龄的林分变量, 用多元回归法建立了 Schumacher 收获预估模型。选择 A 、 SI 、 G 作为基础变量, 并对这些变量进行初等变换, 选出相关指数 R^2 较高的组合作为林分收获模型:

$$\ln M = e_0 + e_1/A + e_2SI + e_3 \ln G \quad (10)$$

(10) 式的拟合参数及参数检验结果见表 5。林分模型系统的核心模型(自然稀疏模型和林分断面积生长模型)是以 Korf 理论生长方程为基础建立的, 因此在预估时满足相容性原则。

表 5 林分收获预估模型拟合参数及检验结果

项 目	模型 参 数 检 验				拟 合 统 计 量			
	e_0	e_1	e_2	e_3	n	R_{ss}	$Sy \cdot x$	R^2
参数值	2.001 0	- 12.770 0	0.036 0	0.933 4	248	27.99	0.114 7	0.992 0
标准误	0.161 3	1.057 0	0.015 3	0.055 7				
t 值	12.41	- 12.08	2.34	16.75	$t_{0.05}(244) = 1.96$			

2.5 长白落叶松人工林分生长模型系统的检验

模型的适应性检验, 一般要求独立数据, 但由于建模时使用了全部固定样地的资料, 所以只能对模型系统做收获预估精度检验。各龄阶的测树因子作为实测值, 用建立的模型预估的相应的测树因子作为理论值, 进行预估精度检验, 结果见表 6。由表 6 可知, 落叶松人工林生长模型系统对各测树因子的预估精度均大于 97%, 平均误差小于测量误差, 其中以林分蓄积和胸径生长模型的模拟精度最高。

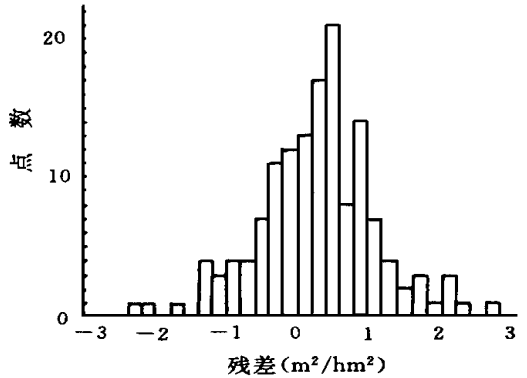


图 2 林分断面积生长模型残差分布

表6 长白落叶松人工林分模型系统的检验

林分变量	平均误差	绝对平均误差	相对误差	绝对相对误差	精度(%)
平均胸径	- 0.154 1	0.229 4	- 1.316 1	1.797 5	98.34
株数	48.588 2	65.764 7	2.089 0	2.774 4	98.20
断面积	- 0.044 0	1.107 2	- 0.595 8	3.505 1	97.38
蓄积	- 4.855 1	6.040 4	- 3.177 1	3.830 1	98.34

2.6 长白落叶松三维生长曲面

某一立地的同龄林的生长可以用林分平均大小、单位面积的林木株数和林龄三个基本变量表示^[4]，现已提出的许多与林分年龄和林分密度有关的生长模型均是由这三变量的其中两个变量构成的。自然稀疏模型、断面积生长模型所体现的林分断面积、林木株数及林分年龄三者间的关系绘出的三维曲面(图3)，能够直观地描述林分自然稀疏的生长过程。

3 落叶松人工林分动态模拟

3.1 模拟方法

利用落叶松人工林分生长模型系统模拟不同初植密度、不同立地条件的落叶松人工林分自然生长过程，得到各测树因子的变化规律。用编制的 BASIC 程序实现模拟过程。

自然稀疏模型(3)式可表示为： $N_i = N(N_o, SI, Dg_i)$ ($i = 1, 2$) (11)

而林分平均直径 Dg_i 与林分断面积 G_i 和每公顷株数 N_i 的关系为：

$$Dg_i = 200(G_i / \pi N_i)^{1/2} \quad (12)$$

将(12)代入(11)中得：

$$N_i = N(N_o, SI, G_i, N_i) \quad (13)$$

断面积生长模型可表示为： $G_{i+1} = G(A_{i+1}, A_i, N_{i+1}, N_i, G_i)$ (14)

将(13)和(14)联立，用二分法解此联立方程组，得出 G_{i+1}, N_{i+1} ，并根据落叶松人工林分生长模型系统的其它模型求出林分平均高、林分蓄积、平均胸径。

3.2 不同林分条件的模拟结果分析

为进一步研究不同林分条件的落叶松人工林分生长规律，现选择两种立地条件：立地指数 16 m 和 14 m，初植密度为 3 000 株/hm² 和 2 000 株/hm² 的林分，自然生长过程的模拟结果见图 4~7。

从模拟结果可以看出，不同立地、不同初植密度林分的自然稀疏过程和林分生长过程是不同的：(1) 林分密度对树高的生长影响不大，立地质量与树高生长呈正相关。(2) 立地条件相同，林分发生自然稀疏的时间随初植密度的增大而提前，如 $SI = 16$ ，初植密度 3 000 株/hm² 和初植密度 2 000 株/hm² 的林分发生自然稀疏的时间分别为 15 a 和 19 a；林分的自然稀疏率和最终保留的株数也随初植密度的增大而增大，如 $SI = 16$ 时初植密度 3 000 株/hm² 的林分和 2 000 株/hm² 的林分在 30 a 时的保留株数每公顷分别为 2 268 株和 1 959 株。较密林分的收获量大于较疏林分收获量，但林分平均胸径却相反，如 $SI = 14$ 时初植密度 3 000 株/hm² 和

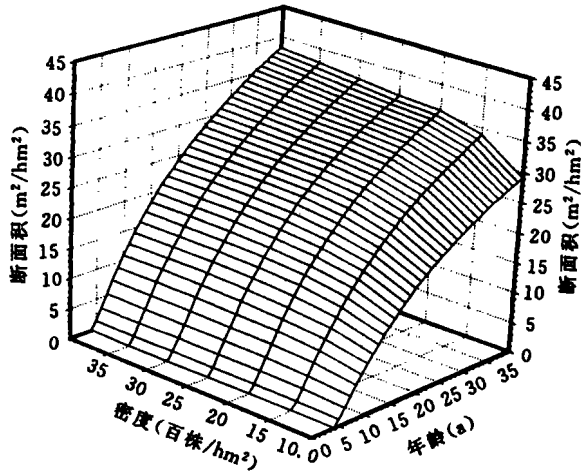


图3 立地指数为 15 时不同初植密度林分的生长过程

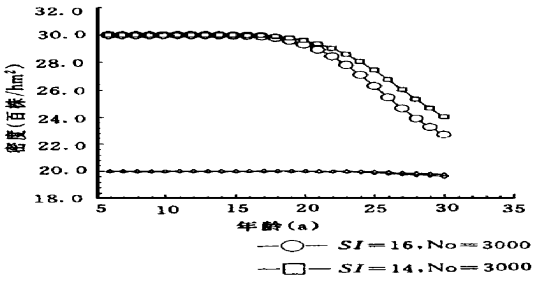


图 4 落叶松人工林分株数的动态变化

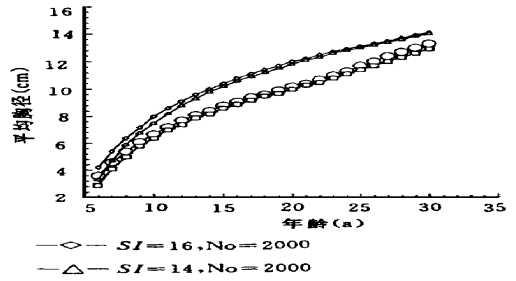


图 5 落叶松人工林分平均胸径生长量

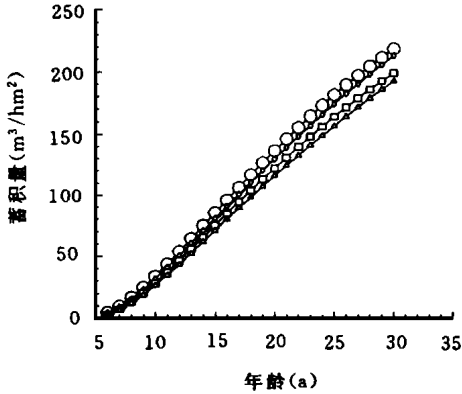


图 6 落叶松人工林分蓄积生长量
(图例同图 4、5)

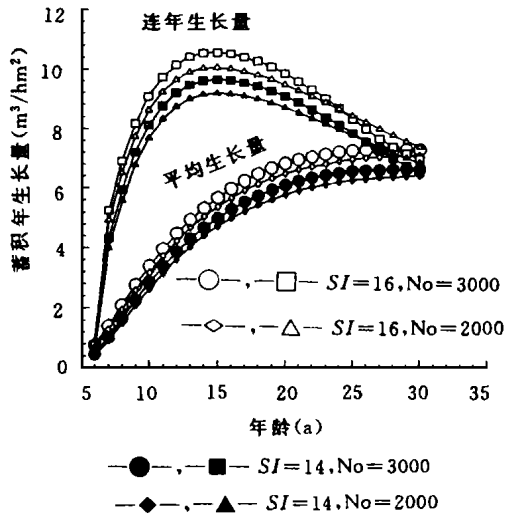


图 7 落叶松人工林分蓄积的连年生长量及总平均生长量

2 000 株/hm² 的林分在 30 a 时的收获量分别是 198.8 m³/hm² 和 192.3 m³/hm², 林分平均胸径分别为 12.9 cm 和 14.0 cm。(3) 初植密度相同, 立地条件越好, 林分生长越快, 林分发生自然稀疏的时间也越早, 如 3 000 株/hm² 时, 立地指数为 16 和 14 的林分发生自然稀疏的时间分别为 19 a 和 21 a; 立地条件越好, 林木间的竞争越激烈, 林分株数随年龄增大而减少, 导致最终收敛值也就越小, 如当 3 000 株/hm² 时, 立地指数为 16 和 14 的林分在 30 a 时的保留株数每公顷分别为 2 268 株和 2 403 株。

4 结 论

(1) 林分株数随着林分平均胸径的增大而减小, 其关系近似于反“S”型曲线。采用再参数化的方法将立地和初植密度引入 Korf 方程直接建立的现实林分的自然稀疏模型, 同以往由最大密度线导出的现实林分的自然稀疏模型相比, 更能较好地描述现实林分的自然稀疏过程。

(2) 对于同一立地的林分, 初植密度越大, 自然稀疏线的下限密度也越大, 且自然稀疏开始的时间也越早; 对于初植密度相同的林分, 立地条件越好, 林分发生自然稀疏现象越早, 林分的自然稀疏率也越大, 而林分的自然稀疏线的下限密度则越小。

(3) 基于 Korf 生长方程采用差分形式建立的一般性的断面积预估方程, 可由某一林分的初始条件合理地预估未来林分的断面积生长, 其残差分布遵从正态分布, 且各参数检验结果均

差异显著。

(4) 断面积的生长潜力受林分生长环境的影响, 立地条件越好, 林分断面积越大。

(5) 借助多元回归技术建立了 Shumacher 式收获模型, 拟合效果良好。落叶松人工林树高曲线的动态模型可用单分子式来描述。

参 考 文 献

- 1 Somers G L, Farrar R M Jr. Biomathematical growth equations for natural longleaf pine stands. For. Sci., 1991, 37 (1): 227 ~ 224.
- 2 李凤日. 广义 Schumacher 生长方程的推导及其应用. 北京林业大学学报, 1993, 15(3): 147 ~ 154.
- 3 Pienaar L V, Turnbull K J. The Chapman-Richards generalization of von Bertalanffy's growth model for basal area growth and yield in even-aged stands. For. Sci., 1973, 19(1): 2 ~ 22.
- 4 Mcfadden G, Oliver C D. Three-dimensional forest growth model relating tree size, tree number, and stand age: Relation to previous growth models and to self-thinning. For. Sci., 1988, 34: 662 ~ 676.

A Study on Growth Model for *Larix olgensis* Plantation

Sun Xiaomei Li Fengri Niu Shen Zhang Yangwu

Abstract Based on the data of permanent plots in Mengjiangang Forest Farm, Jingshanjiao Forest Farm of Heilongjiang Province and of some circular branch-analysis plots in Songjianghe area of Jilin Province, the self-thinning model and basal area growth model were derived for larch plantation. The whole stand model system, set up in this research, was composed of 4 compatible models, i. e. the self-thinning model, prediction model of height-diameter curve, stand basal area growth model, Schumacher's stand yield model. Using the model system, quadratic mean diameter, mean height, the number of surviving trees per hectare, stand basal area, and stand volume can be evaluated for various levels of initial density and different sites.

Key words *Larix olgensis* stand density stand basal area growth and yield

Sun Xiaomei, Assistant Professor (The Research Institute of Forestry, CAF Beijing 100091); Li Fengri (Northeast Forestry University); Niu Shen (Survey and Design Team of Tahe Count, Heilongjiang Province); Zhang Yangwu (Wetland Resources Monitoring Centre, Ministry of Forestry).