林业科学研究 2003,16(4):423～429
Forest Research

文章编号: 1001-1498(2003)04-0423-07

6种生长方程在杉木人工林林分直径结构上的应用*

段爱国, 张建国**, 童书振
(中国林业科学研究院林业研究所,北京 100091)

摘要: 对 Richards 等 6 种生长方程的数学解析性及其应用于杉木人工林林分直径结构模拟的理论依据进行了分析和探索,并应用此 6 种生长方程模拟了林分直径累积分布。发现在描述林分直径累积分布时,Richards 方程绝大多数表现为 Logistic 型,Weibull 方程的参数 c 均大于 1,曲线存在拐点;除 Mitscherlich 式外,各生长方程的模拟精度均相当高,Richards、Weibull、Logistic、Gompertz、Mitscherlich、Korf 等 6 种生长方程样本选优率依次降低;Richards、Logistic、Weibull、Gompertz、Korf 及 Mitscherlich 等 6 种生长方程总体模拟精度依次降低;相对生长率表现为变量指数函数方程的精度较相对生长率表现为变量幂函数方程的精度高,且 3 参数方程的精度较 2 参数的高。

关键词: 生长方程;杉木人工林;直径累积分布;模拟
中图分类号: S791.27 **文献标识码**: A

林分直径结构模型的研究于 20 世纪 80 年代在我国兴起,经过近 20 a 的摸索,对国内许多树种的林分直径结构均建立了模拟预测模型[1],对国外一些应用较广的理论生长方程也进行了一定程度的理论探索和实际应用[2～4]。但纵观以往的研究,还存在许多问题:对林分直径结构进行模拟时模型的拟合精度不够高;缺乏系统的模型间的比较研究,一种或两种方程的应用研究不能说明特定林分的适宜模拟情况;理论生长方程较少地应用于林分直径分布方面,并对理论生长方程在此方面的适用性缺乏系统深入及拓展性的研究工作。不能盲目地、不加区别地引用,应对其适应性进行分析,这样将有利于研究问题的解决,也有利于理论生长方程的进一步发展。据此,利用大量真实、可靠的杉木(*Cunninghamia lanceolata* (Lamb.) Hook.)人工林长期观测试验地数据,应用概率密度函数中运用最广的 Weibull 分布函数[5,6]及理论生长方程 Gompertz[7,8]、Mitscherlich[9,10]、Logistic[11,12]、Richards[13,14]和 Korf[15,16]等 6 种方程对胸高直径株数分布予以模拟,通过对 6 种生长方程的数学解析,探索理论生长方程在直径分布领域的适用性,找出最适模拟方程,并推动生长方程的发展,使杉木人工林直径结构得以科学可靠的描述。

收稿日期: 2002-07-10
基金项目: 国家"十五"攻关项目"南方主要针叶用材林树种新品种选育及培育技术"
作者简介: 段爱国(1976—),男,湖北荆州人,硕士.
**本文通讯作者
*本文在成文后曾得到盛炜彤研究员的审阅,特此致谢!

1 材料与方法

1.1 试验材料

材料来源于江西分宜大岗山年珠林场场部后山及青石湾和山下林场的固定样地。大岗山区属罗霄山脉北端的武功山支脉,位于 114°30′～114°45′E,27°30′～27°50′N。具体试验设计及林分调查方法参照参考文献[17,18]。本研究采用样地共计 48 块,年珠、山下两林场每块样地面积及采用林分年龄范围分别为 600 m^2、6～20 a 和 500 m^2、9～27 a,样地初植密度分布范围为 1 533～9 983 株·hm^{-2}。每块样地均经多次观测,每 1 次观测均记为 1 个独立样本,总样本数 491 个,立地指数为 12、14、16、18 的样本数分别有 59、263、139、30 个,间伐与未间伐的样本数分别为 173、318 个。按照 2 cm 的径阶距,将每一样本的直径序列划分径阶,分别统计各径阶林木株数,从而得出林分径阶分布表。

1.2 研究方法

1.2.1 Richards 等 6 种生长方程的数学性质及彼此间的关系 采用概率密度函数中运用最广的 Weibull 分布函数及理论生长方程中的 Gompertz、Mitscherlich、Logistic、Richards 和 Korf 等 6 种不同的生长方程对林分直径累积分布进行模拟。从表 1 中可以发现生长方程间存在比较紧密的相互转化关系。对 Richards 方程而言,就有 5 种情形:(1) $m < 1$ 时,可写为 $y = A(1 - be^{-kx})^{\frac{1}{1-m}}$,式中 $A, b, k > 0$,即为人们通常应用的 Richards 方程的表现形式;(2) $m > 1$ 时,可写为 $y = A(1 - be^{-kx})^{\frac{1}{1-m}}$,式中 $A, b, k > 0$,称为 Logistic 型;(3) $m = 0$ 时,为 Mitscherlich 生长方程 $y = A(1 - be^{kx})$,式中 $A, b, k > 0$;(4) $m = 2$ 时,化为 Logistic 方程,即 $y = A(1 + be^{-kx})^{-1}$,式中 $A, b, k > 0$,这一点从考察两式的微分式可以明确地得到,也揭示了两方程间的微妙关系;(5) $m \to 1$ 时,方程就转化为 Gompertz 生长方程,即 $y = Ae^{-be^{-kx}}$,式中 $A, b, k > 0$。当 Korf 方程中参数 $c = 1$ 时,该式转化为 Schumacher 方程;当 $c \to \infty$ 时,可转化为 Gompertz 方程。对于 Weibull 函数,当其参数 $c = 1$ 时,该式转化为 Mitscherlich 方程。

各方程渐近线的存在及良好的单调性使其具备了对林分直径累积分布进行模拟的数学基础。利用累加生成、标准化数据处理方法将林分直径的原始数据化成(0,1]区间的数列,这样,具体应用时,各方程的上渐近值均定为 1 即可。

1.2.2 生长方程在林分直径结构上应用的理论依据探讨 考察直径的累积频率 y,可将直径累积频率的增长比作自然界中种群的发展,于是,即可设直径累积频率的增长量 dy/dx 正相关于累积频率并且受到最大频率的限制,则各方程微分式可以写成:

$$dy/dx = rf(y) \cdot g(y)$$

其中,r 为各方程参数的数学组合,可理解为各方程的内禀生长率,$f(y)$ 与 y 成正相关,$g(y)$ 受 y 上渐近值的约束,并与 y 成负相关。各方程的 r、$f(y)$、$g(y)$ 项分别表述为表 2 所示。

表 2 中,Gompertz、Mitscherlich、Logistic、Richards 以及 Korf 方程的正相关项 $f(y)$ 比较明显(Mitscherlich 式正相关量看作常量 1)。Weibull 方程中,当 $c > 1$ 时,其 $f(y)$ 项随 y 增大而增大;当 $c = 1$ 时,Weibull 式转化为 Mitscherlich 式;当 $0 < c < 1$ 时,方程不存在拐点,此时 $f(y)$ 与 $g(y)$ 共同组成微分式负相关项;Gompertz、Mitscherlich、Logistic、Korf 以及 Weibull 方程微分式的负相关项比较清晰。在 Richards 方程中,当 $0 < m < 1$ 时,其微分式 $g(y)$ 项随 y 值增大而减小;当

表 1　6 种生长方程之数学解析性

方程	Gompertz	Mitscherlich	Logistic
形式	$y = K\exp(-e^{a-bx})$	$y = A(1-le^{-mx})$	$y = \frac{C}{1+e^{p-qx}}$
微分生长率	$\frac{dy}{dx} = by(\ln K - \ln y)$ $\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = be^{a-bx}$	$\frac{dy}{dx} = m(A-y)$ $\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = \frac{ml}{e^{mx}-l}$	$\frac{dy}{dx} = qy(1-\frac{y}{C})$ $\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = \frac{q}{1+e^{-p+qx}}$
参数	$K, a, b(K>0, b>0)$;其中 K 为 y 的上渐进值, a 为与 y 初值有关的参数, b 指内乘生长率	$A, m, l(A>0, m>0, 0<l\leq 1)$; A 为 y 的上渐进值, l 为与 y 初值有关的参数, m 指内乘生长率	$C, p, q(C, q>0)$; C 为 y 的上渐进值, p 为与 y 初值有关的参数, q 指内乘生长率
渐进线	$y=0$; $y=K$	$y=A$	$y=0$; $y=C$
拐点	$x=a/b$, $y=K/e$	无	$x=p/q$, $y=C/2$
方程	**Richards**	**Korf**	**Weibull**
形式	$y = A(1-be^{-kx})^{\frac{1}{1-m}}$	$y = Ae^{-b\cdot\frac{1}{c}x^{c}}$	$y = A\ 1-\exp\ -(\frac{x}{b})^{c}$
微分生长率	$\frac{dy}{dx} = \frac{K}{1-m}y\cdot\frac{1}{1/\left(1-(y/A)^{1-m}\right)-1}$ $\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{1}{1-m}kb}{e^{kx}-b}$	$\frac{dy}{dx} = b^{-\frac{1}{c}}(c+2)\cdot y(\ln A-\ln y)^{\frac{c+1}{c}}$ $\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = b(c+2)x^{-c-1}$	$\frac{dy}{dx} = \frac{Ac}{b}\cdot\left(\ln A-\ln(A-y)\right)^{\frac{c-1}{c}}\cdot\left(1-\frac{y}{A}\right)$ $\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = \frac{c}{b}\left(\frac{x}{b}\right)^{c-1}\frac{1}{e^{\left(\frac{x}{b}\right)^{c}}-1}$
参数	$A, b, k, m(A, k, m>0)$; A 为 y 的最终值,即上渐近值; b 决定 $x=0$ 时生长因子的大小,参数 m 决定曲线形状及拐点位置,参数 k 则与生长速度有关	$A, b, c(A, b, c>0)$; A 为 y 的最终值,即上渐近值, b 与树木相对生长速度有关, c 决定函数拐点位置	$A, b, c(A, b, c>0)$; A 的最终值为上渐近值, b 为尺度参数, c 为形状参数,当 $c>1$ 时方程存在拐点
渐进线	$y=y_0$; $y=A$	$y=0$; $y=A$	$y=y_0$; $y=A$
拐点	$x=\frac{1}{k}\ln\left(\frac{b}{1-m}\right)$ $y=Am^{\frac{1}{1-m}}$	$x=\left(\frac{c+1}{bc}\right)^{-\frac{1}{c}}$ $y=Ae^{-\frac{c+1}{c}}$	$x=b\cdot\left(1-\frac{1}{c}\right)^{\frac{1}{c}}$ $y=1-e^{\left(\frac{1-c}{c}\right)}$

表 2　各生长方程微分式之组合因子

生长方程	组合因子		
	r	$f(y)$	$q(y)$
Gompertz	b	y	$\ln K-\ln y$
Mitscherlich	m	1	$A-y$
Logistic	q	y	$1-\frac{y}{C}$
Richards	$\frac{k}{1-m}$	y	$\frac{1}{1/\left(1-(Y/A)^{1-m}\right)-1}$
Korf	$b^{-\frac{1}{c}}(c+1)$	y	$(\ln A-\ln y)^{\frac{c+1}{c}}$
Weibull	$\frac{Ac}{b}$	$\left(\ln A-\ln(A-y)\right)^{\frac{c-1}{c}}$	$1-\frac{y}{A}$

$m > 1$ 时,负相关项 $1/(1/(1-(y/A)^{1-m})-1)$ 与 y 成正相关,但由于 r 值亦变为负数,在转移负号后,微分式 g(y) 项化为 $1/(1/(1-(y/A)^{1-m})-1)$,该式随 y 值增大而减小,形成负相关项。一般而言,自然界中,环境容纳量的限制简化为一种线性限制,然而,实际上这种限制可以为线性(如 Logistic 方程)亦可为非线性(如 Richards 方程),表 2 中,Mitscherlich 式以及 Weibull 式参数 c 取值范围为(0,1)时的情形可理解为一种特例。Boris Zeide[19]在将各方程划分成 LT 和 LTD 两种形式时将 Weibull 式排除在外,本文将生长方程微分式化为生长因子的正相关项与负相关项之乘积后就比较明确地掌握了方程的结构,并具备一定的理论解释基础,当然这种理论解释限于自然界及与自然界环境相似的情形,而且对于其它理论生长方程也有待进一步探讨。

1.2.3 方程参数的求解方法 由于 6 种生长方程均为非线性方程,其参数先由经验值及林分直径分布曲线估计初值,再采用 SAS 软件之非线性回归法求解;采用残差平方和(*rss*)和剩余标准差(*s*)比较各生长方程的模拟精度。

2 结果与分析

2.1 各生长方程模拟的参数值范围

对 491 个样本逐一采用 6 种生长方程分别进行模拟,得到各方程应用于每个样本的参数值及各参数值分布范围。Richards 和 Korf 方程参数 b 的径阶划分区间值分别为: $-\infty$、-1 000 000、-100 000、-10 000、-1 000、-100、0、$+\infty$; $-\infty$、100、1 000、10 000、100 000、1 000 000、10 000 000、100 000 000、1 000 000 000、$+\infty$。其它参数的分布,中值代表以该值为中心,以相邻两个中值之差的 1/2 为正负浮动项的分布区间,如 1 表示 0.5 与 1.5 之间的数值。最小与最大径阶中值的分布次数包含了参数两头的数值出现的次数,如对 Gompertz 方程参数 b,径阶中值 0.2 的分布次数表示了所有小于 0.25 的数值出现次数,对 Richards 方程参数 b,径阶中值 5 的分布次数表示了 $(0, +\infty)$ 区间数值的出现次数。

表 3 各方程参数的分布情况

方程参数	Gompertz		Mitscherlich		Logistic	
	a	*b*	*l*	*m*	*p*	*q*
总体分布范围	0.604 6～11.163 1	0.040 3～1.262 9	0.563 6～52.244 7	0.033 7～0.872 3	1.574 4～17.263 1	0.324 6～1.323 6
主要分布区间	3、4、5	0.3、0.4、0.5	2、3	0.1、0.2、0.3	5、6、7	0.55、0.65、0.75、0.85
主要分布范围	2.5～5.5	0.25～0.55	1.5～3.5	0.05～0.35	4.5～7.5	0.5～0.9
百分率/ %	72.91	73.12	93.28	67.01	60.29	71.08

方程参数	Richards			Korf		Weibull	
	b	*k*	*m*	*b*	*c*	*b*	*c*
总体分布范围	-4.640 9 E+9～133.036 2	0.265 7～2.333 9	0.540 6～9.290 6	0.123 2～5.152 2 E+12	1.520 3～18.860 1	0.735 8～20.874 4	0.392 2～11.976 2
主要分布径阶	-5 000、-500、-50	0.45、0.55、0.65、0.75、0.85	1.5、2.5	500、5 000、50 000、500 000	4、5、6	6、8、10、12、14	3.5、4.5、5.5
主要分布范围	-10 000～0	0.4～0.9	1～3	100～1 000 000	3.5～6.5	5～15	3～6
百分率/ %	75.97	66.19	79.43	72.1	69.45	78.82	72.1

从表 3 可以看出各方程的参数均存在一个分布范围。经统计,Richards 方程中参数 $m > 1$ 时的比例为 98 %,表明在模拟林分直径分布时 Richards 方程主要以 Logistic 型出现;Weibull 方程中参数值 c 均大于 1,表示该方程在模拟林分直径分布时方程曲线均存在拐点,而且,各方程参数在一个相对较小的范围内具有超过多数乃至绝对多数的分布频率,这充分反映了不同的林分在形成生长方程模拟参数差异的同时,也因其自然发展的某些共同特性及研究对象——林分直径结构的一般性规律,致使各方程参数存在一个主要分布范围,而且,不同生长方程的参数分布范围及主要凝聚区间的存在也说明了各方程模拟的灵活性及准确性。

2.2　生长方程模拟精度分析

2.2.1　单个样本拟合的精度分析　采用残差平方和进行精度比较分析后,得到每个样本的最优拟合方程,进而统计出各方程出现最优情况的样本个数。

表 4　各方程拟合最优样本数

方　程	年龄/a													
	6	7	8	9	10	11	12	14	16	18	20	22	25	27
Richards	26	24	27	28	38	26	34	31	32	32	33	6	4	4
Weibull	7	8	4	18	13	6	15	16	15	15	19	6	8	5
Logistic	1	1	2	0	3	0	1	1	2	4	3	0	2	1
Gompertz	1	0	0	0	0	1	2	1	2	0	0	0	0	0
Mitscherlich	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Korf	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

从表 4 统计得出,Richards、Weibull、Logistic、Gompertz、Mitscherlich、Korf 等 6 种生长函数的选优率(即各方程最优样本数与总样本数的百分比)分别为 70.06 %、31.57 %、4.48 %、1.83 %、0.20 %、0; Richards 及 Weibull 生长函数的选优率极高,最优函数出现两者之一的比例高达 99.19 %;对山下林场的间伐试验林,Weibull 生长方程选优率达 45.91 %,表明该方程能较好地对间伐林分的直径分布进行模拟;另外,除了 Korf 方程外,Logistic、Gompertz、Mitscherlich 三式均存在被选优的情况,这说明由于各个林分直径结构实际组成不一,符合的生长方程也会不一样,即每个生长方程都可能表现最佳,不存在一个生长方程在任何情形下均表现为最优,尤其是在不可预测、无任何规律的人为或自然干扰的情况下,这也许是不同的研究选用的方程不同的原因之一。有些林分同时具有多个最优方程,这多个最优函数在对林分进行模拟时,方程参数各异,但方程(具有拐点)的拐点却表现十分一致,这说明不同的方程在某些情况下亦能表现出相同的林分生长特性。考察每块小区的长期拟合过程发现,年珠林场青石湾试验林的一些小区林分直径分布在不同的生长年龄适合的生长方程表现一致,其它也有一些林分在不同年龄时适合的生长方程大都相同,而相同的生长方程能更可靠地解释林分的动态变化情况,这说明,选择一个最适宜林分长期发展且性能较好的生长方程是可能的,也是非常必要的。

2.2.2　样本总体拟合精度分析　理论值和观测值间差异的表示方法很多,本文选用残差平方和及剩余标准差进行分析,结果显示两种比较方法得到的样本总体拟合精度大小顺序完全一致(表 5)。这主要是因为本文样本径阶数范围为 4～13,且大部分为 6～9,这一结果说明,在一个不大的自由度范围内,残差平方和与剩余标准差精度检验效果一致。

表 5 各生长方程之残差平方和及剩余标准差

标准	Logistic	Gompertz	Richards	Korf	Weibull	Mitscherlich	精度大小排序
残差平方和	1.528 0	4.296 8	0.739 1	10.079 9	1.654 9	55.239 2	R > L > W > G > K > M
剩余标准差	10.517 4	18.130 0	6.879 5	28.784 4	10.834 1	65.640 1	R > L > W > G > K > M

注:R、L、W、G、K、M 分别指代 Richards、Logistic、Weibull、Gompertz、Korf 、Mitscherlich 等 6 方程。

由表 5 可知,6 种生长方程的总体精度大小依次为 Richards、Logistic、Weibull、Gompertz、Korf 及 Mitscherlich。其中 Richards 式精度明显高出其它方程,分别为 Logistic、Weibull、Gompertz、Korf 及 Mitscherlich 方程的 1.5、1.6、2.6、4.2、9.5 倍(按剩余标准差计)。Logistic 和 Weibull 两式精度差异不明显。这里 Weibull 总体精度低于 Logistic 式,似与表 4 各样本选优结果不符,究其原因主要是 Weibull 方程拟合时有些样本的精度相对较低的缘故,因此这种结果并不矛盾。

结合先前对方程的分析结果,发现精度最低的方程为没有拐点的 Mitscherlich 生长方程;除去该方程后,Richards、Logistic、Weibull、Gompertz 及 Korf 等 5 种生长方程的相对生长率依次表现为变量的指数函数、指数函数、指数与幂函数的混合、指数函数及幂函数,从表 5 可以发现相对生长率表现为变量的指数函数的方程精度普遍要高,仅 Weibull 式作为中间形式与 Gompertz 式略有颠倒,这种颠倒可以试从方程形式的复杂程度上加以解释;另外,考察生长方程的参数个数时发现,Richards 生长方程有 3 个参数,精度较其它 5 种 2 参数方程要高,虽然在进行拟合时所需的时间相对较长,但其解释林分生长情况的能力强。

3 结论

(1) 应用于林分直径累积分布的模拟研究时,Richards、Weibull 等 6 种生长方程的微分式可以理解为:直径累积频率的增长量(dy/dx)正相关于累积频率而受到最大频率的限制,并且这种限制可为线性亦可为非线性。

(2) 6 种生长方程的参数均在一定范围内变化且具有各自的主要分布区间;在描述林分直径累积分布时,Richards 方程表现为 Logistic 型的情形达 98 %;Weibull 方程的参数 c 均大于 1,曲线存在拐点。

(3) 除 Mitscherlich 式外,各生长方程模拟的精度均相当高,Richards、Weibull、Logistic、Gompertz、Mitscherlich、Korf 等 6 种生长方程选优率依次降低。

(4) Richards、Logistic 、Weibull、Gompertz、Korf 及 Mitscherlich 等 6 种生长方程总体精度依次降低,Richards 方程模拟精度依次为其后 5 种方程精度的 1.5、1.6、2.6、4.2、9.5 倍;相对生长率表现为变量指数函数方程的精度较相对生长率表现为变量幂函数方程的精度高,且 3 参数方程的精度较 2 参数方程的高;当 Weibull 函数作生长方程应用时其模拟性能较好。

参考文献:

[1] 孟宪宇. 使用 Weibull 分布对人工林油松林直径分布的研究[J]. 北京林学院学报, 1985(1):30～39

[2] 崔启武,Lawson. 一个新的种群增长数学模型 ——对经典的 Logistic 方程和指数方程的扩充[J]. 生态学报,1982,2(4):403～415

[3] 张少昂,王冬梅. Richards 方程的分析和一种新的树木理论生长方程[J]. 北京林业大学学报,1992,14(3):99～105

[4] 惠刚盈,盛炜彤. 林分直径结构模型的研究[J]. 林业科学研究,1995,8(2):127～131

[5] 李久先. 三种生长模式在红桧人工林生长适用性之探讨[J]. 中华林学季刊,1996,29(2):3～14

[6] Mark O Kimberley. Site index curves for pinus nigra grown in the south island high country[J]. New Zealand Journal of Forestry Science, 1998, 28(3): 389～399

[7] Charles P Winsor. The Gompertz curve as a growth curve[J]. Proceedings of The Nationalacademy of Sciences, 1932, 18(1): 1～9

[8] 吴承祯,洪伟. 杉木人工林直径结构模型的研究[J]. 福建林学院学报,1998,18(2):110～113

[9] Mitscherlich E A. Problems of plant growth[J]. Landwirtschaftliche jahrbucher, 1919,53: 167～182

[10] Ricker W E. Growth rates and models[J]. Fish Physiol, 1979(8): 677～743

[11] 李文灿. 对 Logistic 方程的再认识[J]. 北京林业大学学报,1990,12(2):121～127

[12] Klars von Gadow, Gangying Hui. Modelling Forest Development[M]. Germany: CUVILLIER ERLAG Goettingen, 1998

[13] Richards F J. Aflexible growth function for empirical use[J]. J Exp Bot, 1959,10(29): 290～300

[14] Ishikawa, Yoshio. Analysis of the diameter distribution using the RICHARDS distribution function (Ⅲ) [J]. Relationship between mean diameter or dameter variance and parameter m or k of uniform and even-aged stands. J Plann, 1998(31): 15～18

[15] Kiviste A K. Mathematical functions of forest growth[M]. Russion: Estonian Agricultural Academy, 1988

[16] Zeide B. Accuracy of equations describing diameter growth[J]. Can J For Res,1989,19:1283～1286

[17] 童书振,盛炜彤,张建国. 杉木林分密度效应研究[J]. 林业科学研究,2002,15(1):66～75

[18] 童书振. 杉木间伐中试林定位研究[A]. 见:洪菊生,盛炜彤,吴金坤. 速生丰产林培育研究报告选编[M]. 北京:中国林业科学研究院世界银行贷款项目办公室(第四集),1997. 61～70

[19] Zeide B. Analysis of growth equations. For Sci,1993,39(3): 594～616

Application of Six Growth Equations on Stands Diameter Structure of Chinese Fir Plantations

DUAN Ai-guo, *ZHANG Jiar-guo*, *TONG Shu-zhen*

(Research Institute of Forestry, CAF Beijing　100091, China)

Abstract: The mathematical characteristics of six growth equations and the theoretical basis of these equations applied to model stands diameter structure are analyzed and explored, and the long-term observation data of permanent sample plots of Chinese fir are sorted out. The six equations are used to simulate stands cumulative diameter distribution, in order to clearly master the simulation parameters of every equation and what properties growth eqations have when used in the field of diameter structure. The results show: Richards equation at most time presents as a kind of Logistic and Weibull equation has its inflection point; except for Mitscherlich function, modelling precision of all growth functions are very high; the optimum seeking rate of Richards, Weibull, Logistic, Gompertz, Mitscherlich and Korf successively get down; the whole precision of Richards, Logistic, Weibull, Gompertz, Korf and Mitscherlich successively get down; the functions , relative growth rate of which is the index of variable, have the higher precision than those that relative growth rate is the power of variable; equations with three parameters have the higher precision than equations with two.

Key words: growth equations; Chinese fir plantions; cumulative diameter distribution; modelling