

Richards 多形地位指数模型研建新方法 ——参数置换法

惠刚盈, 张连金, 胡艳波, 赵中华

(中国林业科学研究院林业研究所, 国家林业局林木培育重点实验室, 北京 100091)

摘要: 以杉木为例, 探讨了基于导向曲线的 Richards 多形地位指数模型的研建新方法——参数置换法。研究发现: 利用差分方程途径可以直接推导出全新的 Richards 多形地位指数模型。该模型在标准年龄较低 ($T=4$ a) 时能对优势高生长进行正确预估, 并且其参数值与导向曲线的模型参数拟合结果非常接近。研究还进一步从绝对平均误差 (MAE)、相对平均误差 (MRE)、均方根误差 ($RMSE$)、决定系数 (R^2) 和修正决定系数 (R_{adj}^2) 等 5 个方面对导向曲线参数值替代非同形曲线的模型参数值的有效性进行了分析。结果表明: 替代与否各指标间几乎无差异, 亦即用导向曲线参数值直接替代非同形曲线的模型参数值是可行的。这一研究结果为在事先无地位指数表的情况下利用临时样地的年龄-树高调查数据或间隔数据进行立地质量评价提供了可能, 还为直接通过导向曲线实现多形地位指数建模提供了方法。

关键词: 优势高生长模拟; 导向曲线; Richards-多形模型; 参数化方法

中图分类号: S711

文献标识码: A

A New Method for Establishing Richards Polymorphic Site Index Model: Parameter Replacement

HUI Gang-ying, ZHANG Lian-jin, HU Yan-bo, ZHAO Zhong-hua

(Research Institute of Forestry, Chinese Academy of Forestry; Key Laboratory of Tree Breeding and Cultivation, State Forestry Administration, Beijing 100091, China)

Abstract: A new method for establishing Richards polymorphic site index model was developed. And the *Cunninghamia lanceolata* was taken as an example. Data from stem analysis of 164 trees were used. It shows that the Richards polymorphic site index model can be directly derived by using the difference equation. This model has no systematic error when the base-age (T) is relatively low ($T=4$), therefore, be selected as the final model, and its parameter values are close to the parameter values of the guide curve. So parameters of this model were replaced by the parameters of guide curve. The five indicators: mean absolute error (MAE), mean relative error (MRE), root mean squared error ($RMSE$), coefficient of determination (R^2) and adjusted coefficient of determination (R_{adj}^2) were selected to analysis the validity of this parameters replacement. The results showed that they were almost identical among the various indicators before and after replacement. Hence, the method for using the parameters of guide curve to directly replace the parameters of polymorphic curve model is feasible. This result provides a possibility for the site quality evaluation by using the investigation data of age-height about temporary sample plot or interval data without site index table in advance. And it also provides a method for establishing polymorphic site index model directly through the guide curve.

Key words: dominant height growth model; guide curve; Richards-Polymorphic model; parameterization method

优势高对于立地质量评价和森林产量预估具有重要的意义,尤其在天然林研究盛行的今天对优势树种的优势高生长进行模拟显得更为重要。优势高生长模拟始终是森林生长与收获预估模型系统中的核心模块,已有许多关于优势高生长模拟的研究,较为一致的结论是优势高生长与立地有关^[1-3]。

根据在理论生长方程中导入立地指数方法的不同,可将优势高生长模型归为 3 类,即导向曲线法、差分方程法和参数预估法^[4-5]。导向曲线法就是直接用理论生长方程,通过比例调节进行地位指数的编制^[6-8]。差分方程法利用了不同时点方程参数不变性的特点,通过已知的初始林分变量,使三参数之一受约束,变三参数为二参数^[9-11]。参数预估法即将理论方程中的参数全部或部分地表达为立地指数的函数,这种方法的优点是能比较清晰地表达方程的多形含义,但往往存在标准年龄时树高与指数值不一致以及很难直接导出立地指数的显式预估方程的问题^[4,12-14]。差分途径与参数预估途径模型本身

包含有立地变量,与差分途径和参数预估途径相比,导向曲线法既能充分反映出林分优势木平均生长状态,又能在事先未知地位指数的前提下进行优势高的生长模拟^[15]。在建立多形地位指数模型时如何将导向曲线的优点和差分方程途径数学一致性结合起来,将具有重要的理论和实践意义。

1 材料

为进行模拟方法的比较,本研究以中国主要用材树种杉木 (*Cunninghamia lanceolata* (Lamb.) Hook.) 为例。用于模拟的材料分别来自江西武功山杉木人工林 31 块调查样地(),湖南青石冈杉木人工林 61 块调查样地()和湖南雪峰山杉木人工林 72 块调查样地()。每块样地中选 1 株平均优势木进行树干解析,解析木统计资料详见表 1。树干按 2 m 区分段进行解析并以 2 年为 1 个龄级进行各年龄树高的测算(图 1)。

表 1 解析木资料统计

研究地域	株数/株	年龄/a				树高/m			
		平均值	标准差	最小值	最大值	平均值	标准差	最小值	最大值
江西武功山	31	23	1.38	20	25	16.4	1.42	14.1	19.3
湖南青石冈	61	24	3.54	20	36	14.6	1.98	10.6	19.0
湖南雪峰山	72	26	4.55	20	35	17.1	2.05	10.8	21.5

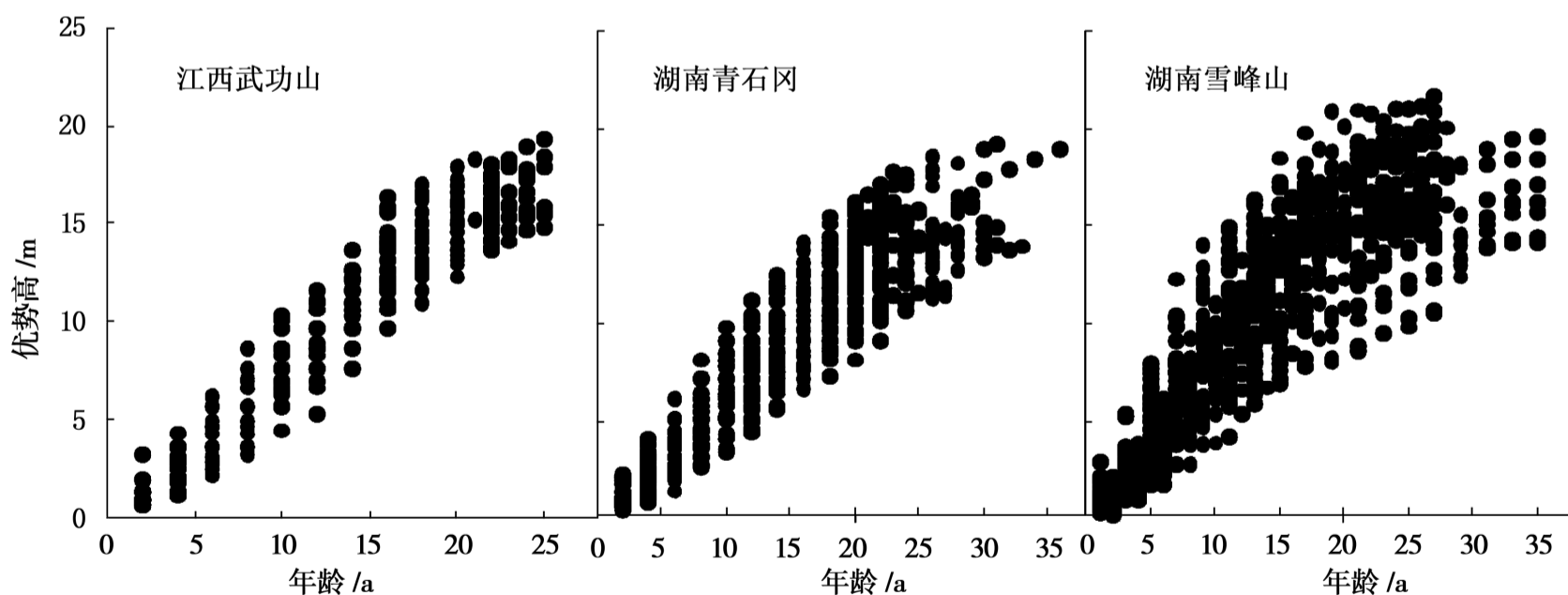


图 1 优势木树高与年龄之间的关系

2 方法

Richards 方程是一个广泛应用于描述整个年龄阶段林木树高生长发育的模型^[16-17],表达式为:

$$H_t = a(1 - e^{-bt})^c \quad (1)$$

式(1)中: H_t 为林分优势高(m), t 为林龄(a),

a, b, c 为参数。

参数 a 为生长极限, b 为生长速率,而 c 为形状参数。在 Richards 模型的例子中,最好保留极限值 a 和速率参数 b ^[18]。

方程(1)可以写成:

$$\ln \frac{H_t}{a} = c \ln(1 - e^{-bt}) \quad (2)$$

将林龄为 t_1 和 t_2 时所对应的高度 Ho_1 、 Ho_2 代入(2)并相除,

$$\frac{\ln \frac{Ho_2}{a}}{\ln \frac{Ho_1}{a}} = \frac{\ln(1 - e^{-bt_2})}{\ln(1 - e^{-bt_1})} \quad (3)$$

整理后得:

$$Ho_2 = a \frac{Ho_1 \frac{\ln(1 - e^{-bt_2})}{\ln(1 - e^{-bt_1})}}{a} \quad (4)$$

(4) 式表达的是由 t_1 时的 Ho_1 估计 t_2 时的 Ho_2 。

按标准年龄(T)时的优势高即为地位指数(SI)的定义,令 $t_1 = T$, $Ho_1 = SI$, $t_2 = t$, $Ho_2 = Ho$, 故(4)可写为:

$$Ho = a \frac{SI \frac{\ln(1 - e^{-bt})}{\ln(1 - e^{-bT})}}{a} \quad (5)$$

(5) 式即是依赖于立地的优势高生长模型。据此就可以建立多形地位指数曲线,(5) 式改写成:

$$SI = a \frac{Ho \frac{\ln(1 - e^{-bT})}{\ln(1 - e^{-bt})}}{a} \quad (6)$$

(6) 式即是直接从年龄和优势高计算立地指数,其拐点年龄(t_c)可由下式求出。

$$t_c = \frac{1}{b} \ln \frac{\ln(SI/a)}{\ln(1 - e^{-bT})} \quad (7)$$

模型参数通过标准的统计软件 Statistica 获得。

3 结果与分析

3.1 优势高生长模型的分析与适应性检验

表 2 和表 3 分别显示了利用文中提到的 3 个研究区域所有数据对方程(5)、(1)的拟合结果及其拐点年龄,其中,(5)式按 3 个不同标准年龄,即 $T=20$ a、 $T=10$ a 和 $T=4$ a 分别拟合。

从表 2 可知:模型(5)中的参数 a 随着标准年龄(T)的增大而增大,特别是当 $T=20$ a 时,其值迅速达到 800 多,严重失真^[12],这与该参数作为树高生长极限的生物学意义不相符。拐点年龄(t_c)随地位指数(SI)的增大而减小,符合立地质量越好,其优势高速生期来得早的生物学意义,但是当 $T=10$ a 时,研究地域有一个拐点年龄为负值,当 $T=20$ a 时,和 研究地域的拐点年龄均为负值,这显然与杉木实际生长不符;而当 $T=4$ a 时,参数 a 没有出现过大或过小的不合理值,符合树高生长极限的生物学意义,且拐点年龄(t_c)也未出现异常值,与杉木实际生长相符。由此可见,模型

(5) 在标准年龄较低($T=4$ a) 时能恰当的表达出优势高生长过程。

表 2 模型(5) 参数及拐点年龄

研究地域	SI	T	a	b	R^2	n	t_c
	1	4	21.128 87	0.087 390	0.955	362	10.49
	2						7.55
	3						5.40
	4						3.58
	6	10	20.542 88	0.102 28	0.968		9.93
	8						7.33
	10						4.69
	12	20	37.003 57	0.035 318	0.964		14.28
	14						10.11
	16						5.93
	18						1.64
	1	4	18.820 11	0.075 523	0.912	766	10.34
	2						6.77
	3						4.13
	4						1.87
	6	10	22.232 94	0.057 024	0.955		7.93
	8						3.58
	10						- 0.74
	12	20	959.524 12	0.000 580	0.971		- 31.59
	14						- 93.34
	16						- 148.68
	1	4	18.004 58	0.118 72	0.881	940	9.17
	2						6.86
	3						5.15
	4						3.67
	6	10	21.188 57	0.080 412	0.930		9.38
	8						6.17
	10						2.93
	12	20	804.434 96	0.000 486	0.940		- 201.74
	14						- 278.58
	16						- 347.55
	18						- 410.36
	20						- 468.22

注: SI 为地位指数(m); T 为标准年龄(a); t_c 为拐点年龄(a); R^2 为决定系数。 为江西武功山; 为湖南青石冈; 为湖南雪峰山。

表 3 模型(1) 参数及拐点年龄

研究地域	a	b	c	R^2	n	t_c
	21.354 29	0.087 837	1.914 57	0.936	362	7.39
	18.775 02	0.075 096	1.633 93	0.880	766	6.54
	17.611 77	0.126 12	2.136 03	0.836	940	6.02

注: 为江西武功山; 为湖南青石冈; 为湖南雪峰山。

为进一步分析模型(5) 在不同标准年龄(T) 时是否存在系统误差,特进行了模型适应性检验^[19]。其基本方法是,用样本因变量的观测值(y) 与将该样本自变量代入模型后得到的回归估计值(x) 之间做一元线性回归,即假定

$$y = a + bx$$

如果所建模型不存在系统误差, 则直线回归方程中应有 $a=0, b=1$ 。可用 F 检验, 即:

$$F = \frac{\frac{1}{2}[n(a-0)^2 + 2(a-0)(b-1)\sum x_i + (b-1)^2\sum x_i^2]}{\frac{1}{n-2}[\sum y_i - (a+bx_i)]^2} = \frac{\frac{1}{2}[a\sum y_i + b\sum x_i y_i - 2\sum x_i y_i + \sum x_i^2]}{\frac{1}{n-2}[\sum y_i^2 - a\sum y_i - b\sum x_i y_i]}$$

服从自由度 $f_1=2, f_2=n-2$ 的 F 分布。

当 $F > F_{0.05}$ 时, 推翻假设, 该线性回归方程存在系统误差。

当 $F < F_{0.05}$ 时, 接受假设, 该线性回归方程无系

统误差。

按照以上验证方法, 对 3 个研究地域的模型 (5) 分别进行了检验, 其检验结果见表 4。

表 4 模型 (5) 检验结果

研究地域	T	n	a	b	R^2	F	$F_{0.05}$	差异显著性
江西武功山	4	362	-0.149 63	1.009 15	0.978	0.848 69	3.020 80	不显著
	10		0.461 79	0.968 39	0.985	11.773 45		显著
	20		0.083 87	0.982 94	0.982	2.616 86		不显著
湖南青石冈	4	766	-0.032 82	1.001 65	0.955	0.079 36	3.007 51	不显著
	10		-0.027 12	0.999 63	0.977	0.349 82		不显著
	20		-0.148 32	1.001 01	0.986	11.855 91		显著
湖南雪峰山	4	940	-0.003 62	0.999 93	0.938	0.002 37	3.005 32	不显著
	10		-0.038 02	0.999 92	0.965	0.316 09		不显著
	20		-0.359 32	1.005 11	0.971	24.281 99		显著

由表 4 可知: $T=10$ a 或 $T=20$ a 时, 存在 F 值大于 $F_{0.05}$, 所以认为模型具有系统误差; $T=4$ a 时, 模型研究区域的 F 值均小于 $F_{0.05}$, 故认为模型不存在系统误差, 具有较好的适应性。可见, 模型 (5) 在标准年龄较低 ($T=4$ a) 时能对优势高生长进行正确预估。

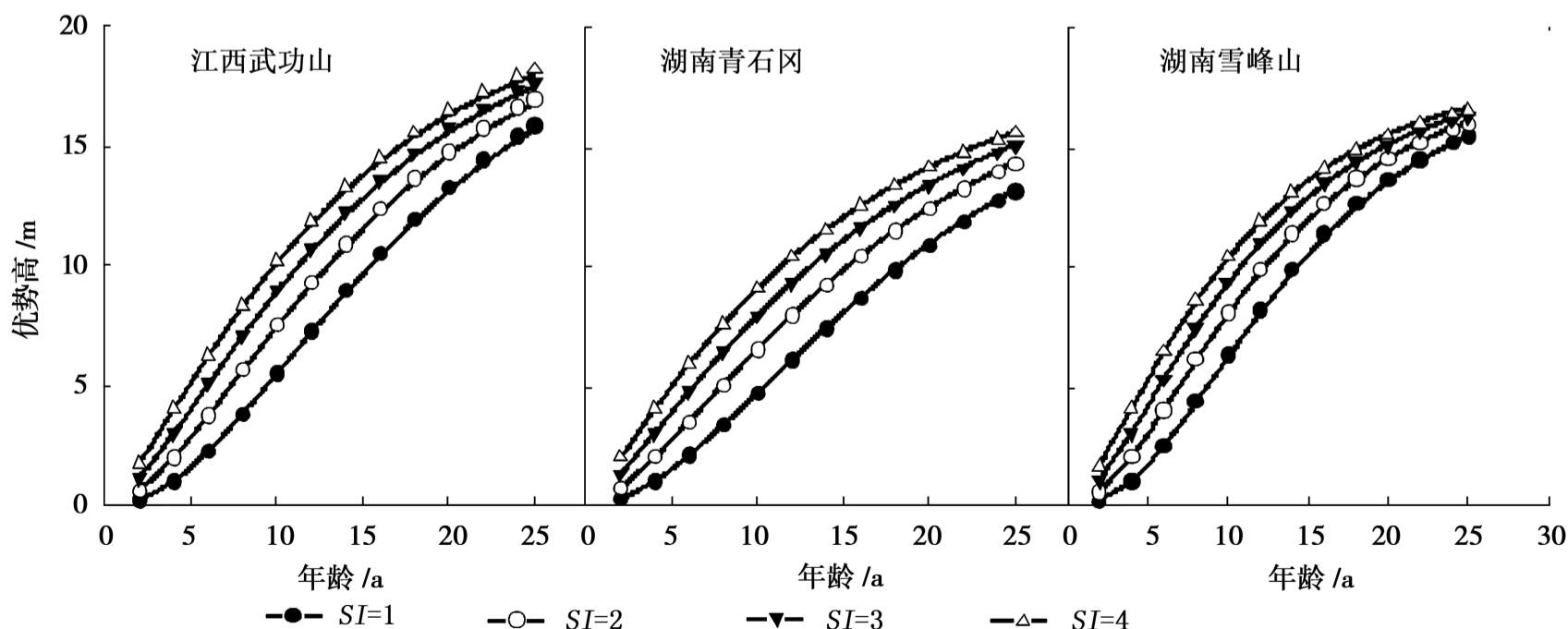
3.2 参数置换法的可行性分析

对比表 2、3 模型参数值, 惊奇的发现, 模型 (5) 的 a, b 参数值在标准年龄较低 ($T=4$ a) 时与导向曲线的 a, b 参数值很接近。由于这一发现对模型参数

化的重要性特进行了如下分析, 即用模型 (1) 的 a, b 参数值替代模型 (5) 在使用较低标准年龄 ($T=4$ a) 时所拟合的参数 a, b 值。

图 2 显示了 $T=4$ a 时, 模型 (5) 用自身模拟的 a, b 参数值与用导向曲线 (1) 的 a, b 参数值替换所得的地位指数曲线。

由图 2 可以看出: 参数替代与否, 3 个研究区域的优势高生长曲线几乎均没有差异。



平滑实线表示用模型 (5) 自身参数模拟结果, 平滑实线从上到下依次表示地位指数 (SI)

为 4、3、2、1; 点表示用模型 (1) 的参数代入模型 (5) 的结果。

图 2 地位指数曲线 ($T=4$ a)

为进一步证实这种替换的可行性,从绝对平均误差、相对平均误差、均方根误差、决定系数和修正决定系数^[20]5个方面对导向曲线参数值替代非同形

曲线的模型参数值的实际效果进行分析,量化结果见表5。

表5 模拟效果比较

研究地域	替代效果/模型(5)拟合效果				
	平均误差(MAE)	相对平均误差(MRE)	均方根误差(RMSE)	决定系数(R^2)	修正决定系数(R_{adj}^2)
江西武功山	0.818 1/0.808 0	0.085 5/0.084 4	1.147 5/1.141 4	0.955 0/0.955 4	0.954 8/0.955 3
湖南青石冈	1.007 3/1.005 8	0.119 2/0.119 0	1.408 7/1.408 1	0.912 1/0.912 2	0.912 0/0.912 1
湖南雪峰山	1.429 1/1.419 5	0.140 8/0.139 8	1.964 7/1.961 8	0.880 3/0.880 6	0.880 1/0.880 5

表5中:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |X_i - x_i|$$

$$MRE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|X_i - x_i|}{\bar{X}}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - x_i)^2}{n - 1 - p}}$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - x_i)^2}$$

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{(n-1) \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{(n-p) \sum_{i=1}^n (X_i - x_i)^2}$$

上式中: \bar{X} 为观察值的平均值; X_i 为第*i*个样本的观察值; x_i 为第*i*个样本的预测值; n 为样本数; p 为模型参数个数。

由表5可见:模型(5)本身的决定系数与修正决定系数^[20]在0.88以上,表明该模型具有较高的有效性^[18]。用模型(1)的参数替换低标准年龄($T=4$ a)模型(5)的参数值,预测结果无论是从绝对平均误差、相对平均误差、均方根误差,还是从决定系数与调整决定系数等方面,差异仅仅出现在小数点后的第3位,这种微量差异也就意味着替换与否二者几乎无差异,因此作者认为,用导向曲线参数值直接替代非同形曲线的模型参数值是可行的。这说明在事先无地位指数表的情况下,可以利用临时样地的年龄-树高调查数据或间隔数据进行立地质量评价,还为直接通过导向曲线实现多形地位指数建模提供了方法。

4 结论

(1) 利用差分方程途径可以直接推导出全新的

Richards 多形地位指数模型。

(2) 对多形树高生长模型的参数进行估计时,采用较低标准年龄,即次最低年龄($T=4$ a)模型预测能力高,且能对优势高生长进行正确预估。

(3) 用导向曲线拟合出的参数值替代多形曲线方程的参数值是可行的,因此在没有地位指数表的情况下可用临时样地的年龄-树高调查数据或间隔数据进行立地质量评价。

参考文献:

- [1] Enk G, Antanatis V, Smelko S. Waldertragslehre [M]. Berlin: Deutscher Landwirtschaftsverlag, 1990: 39 - 47
- [2] Kramer H. Waldwachstumslehre [M]. Berlin: Verlag Paul Parey Hamburg und Berlin, 1988: 53 - 58
- [3] Sloboda B. Zur Darstellung von Wachstumsprozessen mit Hilfe von Differentialgleichungen erster Ordnung[J]. Mitteilungen der Baden-Wuerttembergischen Forstlichen Versuchs- und Forschungsanstalt, 1971, 32: 1 - 109
- [4] Clutter J L, Fortson J C, Pienaar L V, et al. Timber Management: A Quantitative Approach [M]. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1983
- [5] Aaron R W, David W Hann, David E H. Modeling top height growth of red alder plantations[J]. Forest Ecology and Management, 2009, 258: 323 - 331
- [6] 南方十四省(区)杉木栽培科研协作组. 全国杉木地位指数表的编制与应用[J]. 林业科学, 1982, 18(3): 266 - 277
- [7] Gadov K V, Hui G Y. Modelling forest development [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 1999: 50 - 60
- [8] 骆期邦, 吴志德, 蒋菊生, 等. Richards 函数拟合多形地位指数模型的研究[J]. 林业科学研究, 1989, 2(6): 534 - 539
- [9] 克劳斯·冯佳多, 惠刚盈. 森林生长与干扰模拟[M]. Goettingen: Cuvillier Verlag, 1998: 23 - 34
- [10] Luis F, Margarida T, Marta B C. Modelling dominant height growth of Douglas-fir (*Pseudotsuga menziesii*(Mirb.) Franco) in Portugal [J]. Forestry, 2003, 76: 509 - 523
- [11] Cieszewski C J, Strub M R. Generalized algebraic difference approach derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes from exponential and logarithmic functions[J].

- Forest Science, 2008, 54: 303 - 315
- [12] 段爱国, 张建国. 杉木人工林优势高生长模拟及多形地位指数方程[J]. 林业科学, 2004, 40(6) : 13 - 19
- [13] McDill M E, Amateis R L. Measuring forest site quality using the parameters of a dimensionally compatible height growth function [J]. Forest Science, 1992, 38: 409 - 429
- [14] Cailliez F, Alder D. Forest volume estimation and yield prediction. Vol. 1. Volume Estimation. Vol. 2. Yield Prediction[M]. Rome: Food and Agriculture Organization of the United Nations, 1980: 98 - 194
- [15] Mingliang Wang, Bruce E B, Dehai Zhao. An empirical comparison of two subject-specific approaches to dominant heights modeling: The dummy variable method and the mixed model method[J]. Forest Ecology and Management, 2008, 255: 2659 - 2669
- [16] 唐守正. 广西大青山马尾松全林整体生长模型及应用[J]. 林业科学研究, 1991, 4(增刊) : 8 - 14
- [17] Amaro A, David R, Margarida T, *et al.* Modelling dominant height growth: Eucalyptus plantation in Portugal [J]. Forest Science, 1998, 44(1) : 37 - 46
- [18] 惠刚盈, 徐海, 胡艳波. 林木最近距离分布预测模型的研究[J]. 北京林业大学学报, 2006, 28(5) : 18 - 21
- [19] 唐守正, 郎奎建, 李海奎. 统计与生物数学模型计算[M]. 北京: 科学出版社, 2009: 174 - 176
- [20] Ulises Diéguez-Aranda, Harold E Burkhart, Roque Rodríguez-Soalleiro. Modeling dominant height growth of radiata pine(*Pinus radiata D. Don*) plantations in northwestern Spain[J]. Forest Ecology and Management, 2005, 215: 271 - 284