

大兴安岭不同区域落叶松相容性材积方程及异方差研究

刘镜婷, 姜立春*

(东北林业大学林学院, 黑龙江 哈尔滨 150040)

摘要: [目的] 对不同区域立木相容性材积方程以及不同异方差校正方法进行详细对比分析, 建立相容性材积方程预估大兴安岭不同区域落叶松的立木材积。[方法] 以大兴安岭 3 个不同区域的落叶松为研究对象, 采用误差变量联立方程组的方法构建不同区域立木相容性材积方程。采用非线性额外平方和的方法 (F 检验) 进行区域性检验。使用多种权函数分别对 3 个区域存在异方差的材积方程进行加权回归。[结果] 表明: 任何 2 个区域的立木材积方程都有显著不同 ($P < 0.0001$), 区域 1 和区域 3 的材积相差较大, 区域 2 与区域 1 和区域 3 的材积相差较小。不同区域立木材积方程的错误应用会导致较大的预测误差。在参数稳定性和评价指标方面, 加权估计会优于普通最小二乘估计。基于平均相对误差 (MRE) 和总相对误差 (TRE), 区域 1 ($-0.11, 0.97$)、区域 2 ($0.04, 0.08$) 和区域 3 ($1.04, 0.93$) 的最优权函数分别为 $1/F(x)$ 、 $1/D^{4.99}$ 、 $1/D^{3.38}$ 。[结论] 立木材积方程是森林调查和林分生长与收获模型的主要组成部分, 本文所构建 3 个区域的相容联立方程组模型预测误差均不超过 $\pm 3\%$ 。建立相容性立木材积方程时应考虑其异方差的影响。最优权函数没有统一的形式。为尽可能得到稳定的参数估计, 在加权回归估计过程中应选用多种权函数进行对比分析。

关键词: 兴安落叶松; 相容性; 区域检验; 异方差

中图分类号: S711

文献标识码: A

Compatible Tree Volume Equations and Heteroscedasticity for Dahurian Larch in Different Region of Daxing'anling

LIU Jing-ting, JIANG Li-chun

(College of Forestry, Northeast Forestry University, Harbin 150040, Heilongjiang, China)

Abstract: [Objective] Making a detailed comparative analysis of compatible volume models in different regions and different heteroscedasticity correction methods, developing compatible volume equations to estimate different regions for Dahurian larch (*Larix gmelini* Rupr.) in Daxing'anling. [Method] Regional differences in volume models were examined and tested using the nonlinear extra sum of squares method (F -test). Weighted regression was used to decrease the heteroscedasticity of volume equations in three regions using variety forms of weight functions. [Result] The results indicated that the volume models were significantly different among different regions ($P < 0.0001$). The volume model in region 1 had the largest difference with region 3, the volume model in region 2 had smaller differences with region 1 and region 3. Incorrectly applying volume model in different regions would result in larger prediction error. Weighted estimation will be better than the ordinary least squares estimation in terms of parameters stability and evaluation index. Based on MRE and TRE, the best weighting functions are $1/F(x)$, $1/D^{4.99}$, $1/D^{3.38}$ for region 1 ($-0.11, 0.97$), region 2 ($0.04, 0.08$), and region 3 ($1.04, 0.93$) respectively. [Conclusion]

收稿日期: 2015-09-10

基金项目: 十二五国家科技支撑计划项目(2012BAD22B0202)及国家自然科学基金(31170591, 31570624)的部分研究内容

* 通讯作者: 博士, 教授, 从事森林经理相关研究; E-mail: jlichun@nefu.edu.cn

Individual tree volume model is a major component of forest inventory and growth and yield model. Prediction errors of compatible volume models were within $\pm 3\%$ in three different regions. Compatible volume models should consider the phenomena of heteroscedasticity, and the optimal weight functions of individual tree volume models don't have a uniform format. To get the stability of parameters estimation, different weight functions should be analyzed in the process of the weighted regression.

Keywords: *Larix gmelini*; compatibility; regional test; heteroscedasticity

立木材积方程在森林资源调查、林业数表编制、林分生长收获模型以及生物量研究等方面有着广泛的应用^[1-4],因此立木材积的准确估计是材积方程研究的首要问题。目前,国内外主要有2种立木材积方程:1)一元或二元材积方程,模型拟合采用线性或非线性回归^[5-7];2)二元材积方程和树高曲线方程构建相容性联立方程组模型,采用误差变量联立方程组方法得到参数估计^[8-11]。近年来,第2种方法在国内外使用较多。相对于一元材积方程来说,相容性模型不但能提高模型预测精度,还能减少树高测定的外业工作。

立木材积方程普遍存在异方差现象,异方差的存在会造成参数估计失效、变量的显著性检验不可靠以及模型的预测失效等^[12-13],因此求解模型参数时往往采用加权回归的方法来消除异方差的影响。已有学者指出不同模型应有不同的最优权函数形式,不能只是使用单一的权函数形式,应根据不同的模型形式选择不同的权函数^[14]。目前,权函数的选择方法主要有3种:1)普通最小二乘回归,相当于权函数为1;2)采用自变量为权函数底数,分别以1、1.5、2等为指数构造权函数^[15-17]或根据普通最小二乘回归结果的残差平方(e^2)拟合与 D 的回归关系($e^2 = c_0 D^{c_1}$, c_0, c_1 为参数),再用 $W = 1/D$ 作为权函数进行加权回归^[18-21]。3)采用通用权函数 $F(x)$,它是相对误差为等方差时的最优权函数^[20]。

目前,国内外采用大样本数据研究立木材积模型相容性和异方差较少。本文以大兴安岭东部3个不同区域的落叶松(*Larix gmelini* (Rupr.) Rupr.)数据为基础,选择二元材积模型 $V = aD^b H^c$ 和树高曲线Weibull方程,利用度量误差联立方程组和哑变量模型的方法,对不同区域立木相容性材积方程以及不同异方差校正方法进行详细对比分析。

1 数据与方法

1.1 数据

用来建立模型的数据来自大兴安岭伊勒呼里山

北坡西北部立地亚区(区1),伊勒呼里山北坡东南部立地亚区(区2)和大兴安岭北部东坡立地亚区(区3)3个不同区域的落叶松天然林样地。分别将每个区域的样木按径阶划分为6(4~8)、10(8~12)、14(12~16)、18(16~20)、22(20~24)、26(24~28)、30(28~32)、34(32~36)、38(36~40)、42(40~44)、46(44~48)、48(≥ 48)cm以上12个组,每个区域每个径阶随机挑选约40株样木,每个径阶的样木按树高级也接近均匀分布。样木按胸径、树高、材积3项因子统计量指标见表1。根据各区域的建模数据绘制了树高-胸径的散点图并剔除异常数据(图1)。树木被伐倒后,实测每株样木的胸径和树高,并通过区分求积法计算立木材积。最终样本按径阶的分布情况见表2。

表1 样木调查因子统计量

区域	变量	平均值	最小值	最大值	标准差
区1	胸径/cm	25.6	5.1	47.5	12.1
	树高/m	18.5	4.5	29.5	5.2
	材积/m ³	0.625 8	0.006 1	2.403 0	0.558 9
区2	胸径/cm	26.5	5.2	59.8	13.0
	树高/m	17.5	5.3	26.5	4.9
	材积/m ³	0.633 8	0.007 0	3.031 1	0.584 8
区3	胸径/cm	26.1	5.4	47.8	12.5
	树高/m	18.2	6.4	30.8	4.9
	材积/m ³	0.613 3	0.008 2	2.366 2	0.554 3

表2 不同区域样木径阶分布

区域	样本类型	径阶/cm											合计
		6	10	14	18	22	26	30	34	38	42	46	
区1	建模样本	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	440
	检验样本	10	33	23	37	42	30	23	25	14	23	12	272
区2	建模样本	40	40	39	40	40	39	40	39	40	39	36	472
	检验样本	11	29	32	33	42	24	29	27	27	11	4	275
区3	建模样本	36	40	40	40	40	40	40	39	40	40	40	435
	检验样本	5	25	25	39	28	18	28	11	22	27	18	246

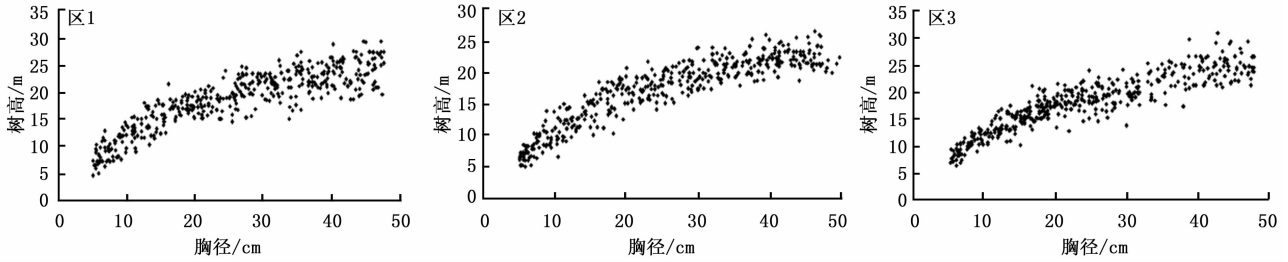


图1 各区域树高-胸径散点图

1.2 方法

1.2.1 相容材积模型 二元材积方程在应用时树高变量通常采用预测值,即通过树高曲线方程获得。因此,可以考虑建立相容性二元材积方程及树高曲线方程。初步研究表明 Weibull 树高曲线方程拟合精度较高,本研究选用 $V = aD^bH^c$ 材积方程和 Weibull 树高曲线方程,构建的联立方程组相容性模型如下:

$$\begin{cases} \hat{H} = 1.3 + a_0(1 - e^{-b_0D^{c_0}}) \\ \hat{V} = a_1D^{b_1}\hat{H}^{c_1} \end{cases} \quad (1)$$

式中: \hat{V} 为预测材积, D 为带皮胸径, \hat{H} 为预测树高, a_0 、 b_0 、 c_0 、 a_1 、 b_1 、 c_1 为方程参数。

1.2.2 区域间模型比较 区域间模型比较的目的是为了比较一个区域的参数估计是否适合于另一个区域。如果没有显著不同说明 2 个区域可以共用一套参数,否则,就必须分区域得到参数估计。区域性检验主要采用统计上常用的非线性额外平方和的方法^[6,15]。该方法需要拟合完整模型(full model)和简化模型(reduced model),完整模型是利用哑变量方法引入区域参数,而简化模型则是所有区域共用一套参数。用哑变量的方法构造区域一和区域二的无限制模型如下:

$$\begin{cases} \hat{H} = 1.3 + (a_0 + a_{00}r_1)(1 - e^{-(b_0 + b_{00}r_1)D^{(c_0 + c_{00}r_1)}}) \\ \hat{V} = (a_1 + a_{11}r_1)D^{(b_1 + b_{11}r_1)}\hat{H}^{(c_1 + c_{11}r_1)} \end{cases} \quad (2)$$

式中:当区域为 1 时, $r_1 = 1$,区域为 2 时, $r_1 = 0$;同理对区域 1 和区域 3、区域 2 和区域 3。此时对应的完整模型(2)有 12 个待估参数,自由度 $df_F = n - 12$, n 为两个区域总的观测样本量。限制模型就是原方程形式,且对于任何一个区域有相同的参数。此时方程有 6 个待估参数,自由度 $df_R = n - 6$ 。 F 检验的公式如下:

$$F = \frac{\frac{(SSE_R - SSE_F)}{(df_R - df_F)}}{\frac{SSE_F}{df_F}} \quad (3)$$

式中: SSE_R 指简化模型的误差平方和, SSE_F 指完整模型的误差平方和, df_R 指简化模型的自由度, df_F 指完整模型的自由度。

如果 $F > F(1 - \alpha; df_R - df_F, df_F)$ 时,拒绝零假设,即模型在不同区域间有显著不同;如果 $F \leq F(1 - \alpha; df_R - df_F, df_F)$ 时,接受零假设,即模型在不同区域间没有显著不同。一般利用 F 值直接计算 P 值, $P = FDIST(1 - \alpha; df_R - df_F, df_F)$,若 $P < 0.05$,则区域间有显著不同。

1.2.3 模型拟合及加权回归估计 模型(1)和(2)采用非线性误差变量联立方程组方法来求解模型参数。权函数主要对比 3 种情况:1)权函数为 1;2)以自变量为权函数底数,根据普通最小二乘回归结果的残差平方(e^2)拟合与 D 的回归关系($e^2 = c_0D^{c_1}$, c_0 、 c_1 为参数),再用 $W = 1/D^{c_1}$ 作为权函数进行加权回归;3)采用通用权函数 $F(x)$ 为权函数底数,分别以 1、1.5、1.8、2 等为指数构造权函数。加权回归估计主要利用 SAS 软件的加权最小二乘(WLS)技术进行模型拟合。由于普通最小二乘法(OLS)和 WLS 所遵循的估计准则不同,OLS 以残差平方和最小为原则,WLS 是以加权残差平方和最小为原则,因此最佳权函数的选择不能仅基于传统的评价指标确定系数 R^2 和均方根误差(RMSE),本文中加权回归评价主要采用调整确定系数(R^2_{adj})、平均相对误差(MRE)、总相对误差(TRE)、参数变动系数以及残差分布图来进行。

1.2.4 模型评价检验指标 拟合结果采用调整确定系数(R^2_{adj})、均方根误差(RMSE)、平均相对误差(MRE)和总相对误差(TRE)进行评价;检验通过平均系统误差(MRE)和总相对误差(TRE)进行评价。它们相应的数学表达式为:

$$R^2 = 1 - \left[\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \right] \quad (4)$$

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-k-1} (1 - R^2) \quad (5)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-1}} \quad (6)$$

$$MRE = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - \hat{y}_i}{\hat{y}_i} \right) \times 100}{n} \quad (7)$$

$$TRE = 100 \times \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)}{\sum_{i=1}^n \hat{y}_i} \quad (8)$$

式中: y_i 为实测值; \hat{y}_i 为模型预估值; n 为样本数; k 为自变量个数; \bar{y} 为全部样木实测值的平均数。

2 结果与分析

2.1 不同区域模型比较

首先利用大兴安岭不同区域落叶松实测数据,采用误差变量联立方程组方法,拟合联立方程组模型(1)。拟合结果见表3。可以看出,材积和树高模型在不同区域的参数估计值变化较大,初步分析表明不同区域应有不同的参数估计。

然后采用非线性额外平方和的方法进行区域性检验。分别拟合模型(1)和(2)的材积方程(树高采

用预测值),利用公式(3)计算 F 值及相应的 P 值。检验结果见表4。从检验结果可以看出任何2个区域的对比都是显著的($P < 0.0001$)。这也从统计理论角度上充分说明对落叶松立木材积估计而言,应该采取分区域研究。

表3 模型的参数估计

区域	a_0	b_0	c_0	a_1	b_1	c_1
1	25.612 3	0.057 070	0.961 80	0.000 113	1.963 1	0.671 8
2	22.456 7	0.043 387	1.093 75	0.000 060	1.791 8	1.068 9
3	26.002 3	0.065 202	0.891 10	0.000 094	1.974 0	0.699 6

表4 不同区域材积模型对比的 F 检验

项目	Full Model		Reduced Model		N	F	P
	df_F	SSE_F	df_R	SSE_R			
区1-区2	906	11.57	909	11.74	912	4.44	<0.000 1
区1-区3	869	8.53	872	8.80	875	9.17	<0.000 1
区2-区3	901	9.79	904	9.96	907	5.22	<0.000 1

2.2 加权回归估计

由于材积模型为异方差模型,应分区域采用不同的权函数进行加权回归。树高模型因为异方差不明显,未采用加权回归。从表5中对比分析可以看出,用不同的权函数加权,估计出来的参数其估计值是有变化的,同样和普通回归估计结果也不相同。加权回归估计的参数变动系数($a_1\%$ 、 $b_1\%$ 、 $c_1\%$)大部分都小于最小二乘法估计的参数变动系数。这说明在存在异方差的情况下,选择合适的权函数加权估计,在参数稳定性方面,加权估计会优于普通最小二乘估计,其估计出的模型稳定性也相对增强。

表5 加权回归估计结果

项目	权函数	a_1	b_1	c_1	$a_1\%$	$b_1\%$	$c_1\%$	R_{adj}^2	$RMSE$	$MRE\%$	$TRE\%$
区1	1	0.000 113	1.963 1	0.671 8	129.63	11.36	591.84	0.947 3	0.133 7	-4.14	-0.10
	$1/D^{5.86}$	0.000 018	1.388 6	1.915 8	24.36	8.30	10.71	0.952 6	0.140 1	1.54	2.44
	$1/F(x)$	0.000 086	1.917 9	0.807 3	54.65	7.23	40.70	0.980 8	0.134 2	-0.11	0.97
	$1/F(x)^{1.5}$	0.000 041	1.721 3	1.272 7	34.15	6.34	18.30	0.982 0	0.134 7	1.01	0.90
	$1/F(x)^{1.8}$	0.000 028	1.601 6	1.532 9	27.46	6.26	13.10	0.979 4	0.135 5	1.42	1.04
	$1/F(x)^2$	0.000 022	1.527 2	1.686 7	25.37	6.44	11.26	0.923 2	0.140 8	4.43	4.04
区2	1	0.000 060	1.791 8	1.068 9	95.00	7.13	42.27	0.943 1	0.145 3	-0.11	-0.50
	$1/D^{4.99}$	0.000 050	1.745 8	1.185 0	14.59	3.78	10.29	0.998 4	0.145 2	0.04	0.08
	$1/F(x)$	0.000 046	1.761 8	1.187 6	39.13	4.69	18.36	0.964 7	0.146 1	2.42	1.80
	$1/F(x)^{1.5}$	0.000 047	1.773 7	1.168 2	21.28	3.77	12.56	0.975 3	0.145 6	2.00	1.25
	$1/F(x)^{1.8}$	0.000 047	1.760 9	1.182 2	17.71	3.65	11.00	0.979 3	0.145 4	1.94	1.05
	$1/F(x)^2$	0.000 047	1.784 0	1.157 3	14.17	3.50	10.13	0.983 5	0.145 3	1.83	0.83
区3	1	0.000 094	1.974 0	0.699 6	162.65	15.27	929.40	0.950 7	0.126 7	-1.94	0.13
	$1/D^{3.38}$	0.000 084	1.932 3	0.783 3	42.86	6.66	36.19	0.981 6	0.127 0	1.04	0.93
	$1/F(x)$	0.000 130	2.057 7	0.493 2	65.38	8.39	83.22	0.967 0	0.127 1	1.37	1.68
	$1/F(x)^{1.5}$	0.000 082	1.933 3	0.785 7	41.46	6.58	35.29	0.956 1	0.127 8	2.46	2.25
	$1/F(x)^{1.8}$	0.000 066	1.865 0	0.935 2	31.82	6.04	24.95	0.953 4	0.128 2	2.67	2.40
	$1/F(x)^2$	0.000 058	1.822 0	1.025 1	29.31	5.95	21.20	0.941 7	0.129 3	3.25	3.03

注: 权函数为1表示普通回归; $F(x)$ 表示模型本身。

从参数和评价指标的变化也可以看出,基于同一种自变量的权函数,参数和评价指标呈现增加或减少的趋势。最优权函数的选择基于调整确定系数(R_{adj}^2)、均方根误差($RMSE$)、平均相对误差(MRE)和总相对误差(TRE)来进行评价,好的权函数应该保证 TRE 和 MRE 这两个指标都很小($\pm 3\%$)。综合考虑得到区域1、2和3的最适宜权函数分别为 $1/$

$F(x)$ 、 $1/D^{4.99}$ 、 $1/D^{3.38}$ 。

2.3 模型的残差分布图评价

基于各区域所选的权函数,分别绘制各模型的残差分布图(图2~4),可以看出,各区域模型基于最小二乘法(未加权)的图形都是呈现喇叭形的,即随着材积预测值的增大模型残差也随之增大。3个区域加权回归估计后的异方差明显改善。

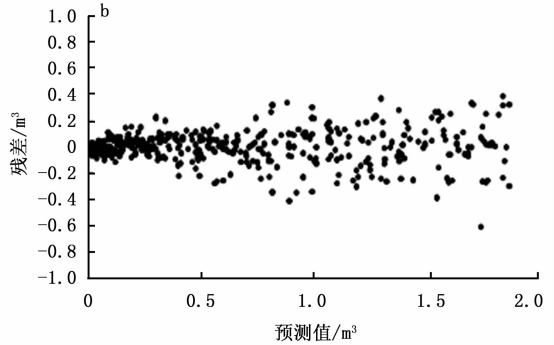
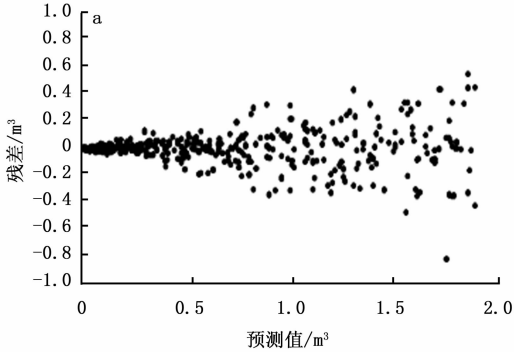


图2 一区材积模型加权残差图(a,b分别表示权函数为 $1, 1/F(x)$)

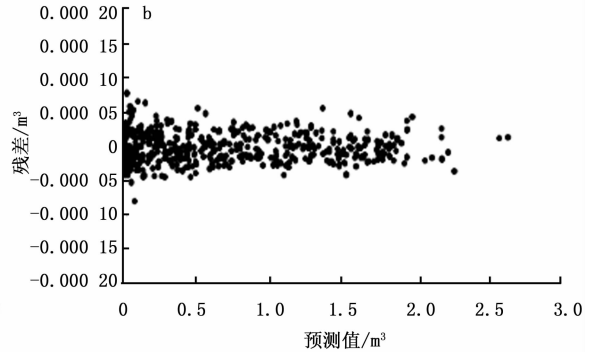
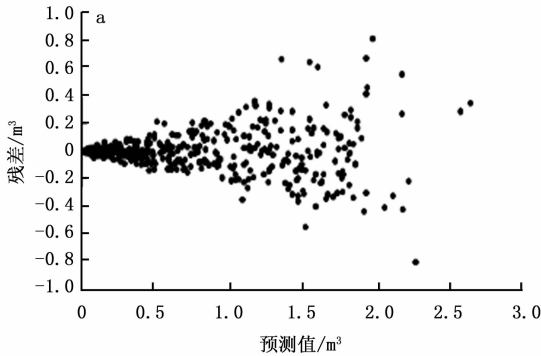


图3 二区材积模型加权残差图(a,b分别表示权函数为 $1, 1/D^{4.99}$)

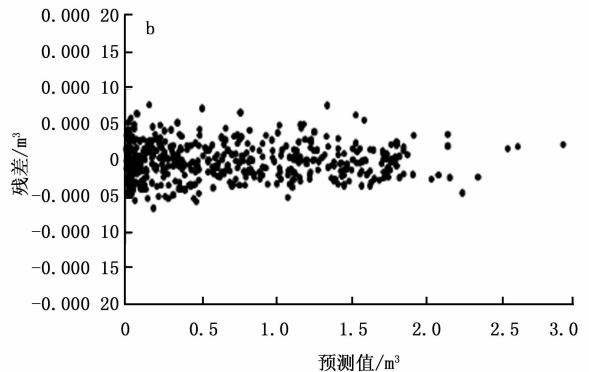
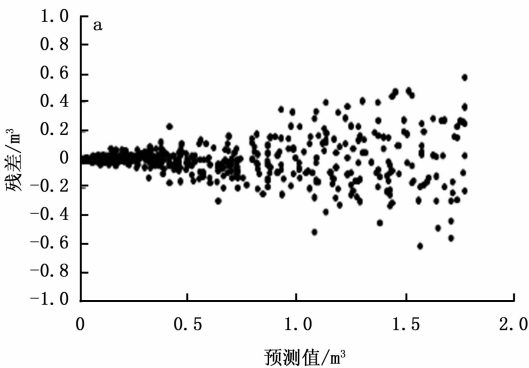


图4 三区材积模型加权残差图(a,b分别表示权函数为 $1, 1/D^{3.38}$)

2.4 模型检验

利用检验数据计算各区的平均相对误差(MRE)和总相对误差(TRE)统计量。基于表3的树

高模型的参数估计值和表5材积模型的参数估计值,检验结果如表6。

表6 各区域落叶松材积方程的独立性检验

区域	权函数	MRE/%	TRE/%
区域1	$1/F(x)$	1.48	2.13
区域2	$1/D^{4.99}$	1.16	1.57
区域3	$1/D^{3.38}$	1.11	0.31

可以看出,各区域最优权函数平均相对误差 MRE 和总相对误差 TRE 指标均不超过 $\pm 3\%$,符合立木材积方程的预测精度要求^[3,17,23],本研究建立的相容性材积方程可以很好地预估大兴安岭不同区域落叶松的立木材积。

3 讨论

(1)本研究以我国大兴安岭地区主要树种落叶松为研究对象,采用误差变量联立方程组方法,构建了不同区域的相容性立木材积和树高曲线方程。通过对不同区域之间的 F 检验表明,立木材积模型在3个区域中存在显著性差异,从模型对比检验 F 值的波动范围表明,区域2和区域3相差较大,区域1与区域2和区域3相差较小,因此对于不同区域落叶松相容性立木材积方程应有不同的参数估计值,否则会引起较大的预测误差。这与以往的研究结果基本一致,如 Brooks 等比较了美国阿巴拉契亚山脉5个区域6个树种 (red maple (*Acer rubrum* L.), sugar maple (*Acre saccharum* Marsh.), yellow-poplar (*Liriodendron tulipifera* L.), black cherry (*Prunus serotina* Ehrh.), white oak (*Quercus alba* L.) and red oak (*Quercus rubra* L.) 的材积模型时发现同一树种在不同区域都有显著不同^[6]。夏忠胜等针对贵州省人工杉木 (*Cunninghamia lanceolata* (Lamb.) Hook.) 的研究发现中心区和一般区的一元材积方程有显著差异,而二元材积方程相差较小^[17]。

(2)材积方程存在较强的异方差性。本研究详细对比分析了加权回归的不同权函数。一般情况下,引入权函数能够降低异方差性,在参数稳定性方面,加权回归估计会优于普通回归估计,这说明当存在异方差时,普通回归参数估计是不稳定的,进而会影响模型预测精度,此外加权回归估计模型稳定性也相对增强。基于平均相对误差 (MRE) 和总相对误差 (TRE) 评价指标,区域1、2和3选择的最优权函数分别为 $1/F(x)$ 、 $1/D^{4.99}$ 、 $1/D^{3.38}$ 。

(3)关于权函数和权重变量(二者是平方关系)选择问题,国内专家提出了各种不同形式的权函数。骆期邦等以雪岭云杉 (*Picea schrenkiana* Fish. et Mey)

和杉木两个树种为例,提出选用权函数 $1/(D^4H^2)$ 可有效地消除立木材积估计过程中异方差的影响^[24]。夏忠胜等针对贵州省人工杉木的研究发现权函数为 $1/D^{2.5}$ 可有效的消除立木材积的异方差^[17]。曾鸣等提出权重变量为 $1/D^{1.89}$ 可有效的消除中国杉木二元立木材积方程的异方差^[9]。曾伟生提出权重变量为 $1/D^{1.24}$ 和通用权函数 $f(x)^2$ 可有效的消除中国南方杉木二元立木材积方程的异方差^[3,22]。吴明山等针对兴安落叶松 (*Larix gmelinii* Rupr.) 研究发现在构造众多形式的权函数中,以权函数 $1/D^2H$ 为最优^[14]。通过本研究进一步说明,立木材积模型的最优权函数没有统一的形式,不同模型、不同树种以及不同区域的相同树种都会有不同的权函数。为尽可能得到稳定的参数估计,在加权回归估计过程中应选用多种权函数进行对比分析,虽然一些权函数也能降低材积模型的异方差性,但结果相差较大。

4 结论

立木材积方程是森林调查和林分生长与收获模型的主要组成部分,本文所构建3个区域的相容联立方程组模型预测误差均不超过 $\pm 3\%$ 。建立相容性立木材积方程时应考虑其异方差的影响。最优权函数没有统一的形式,不同模型、不同树种以及不同区域的相同树种都会有不同的权函数。为尽可能得到稳定的参数估计,在加权回归估计过程中应选用多种权函数进行对比分析。

参考文献:

- [1] Amateis R L, Burkhart H E. Cubic-foot volume equations for loblolly pine trees in cutover, site-prepared plantations[J]. Southern Journal of Applied Forestry, 1987, 11(4): 190-192.
- [2] Fowler G W. Individual tree volume equations for red pine in Michigan[J]. Northern Journal of Applied Forestry, 1997, 14(2): 53-58.
- [3] 曾伟生. 杉木相容性立木材积表系列模型研建[J]. 林业科学研究, 2014, 27(1): 6-10.
- [4] 张会儒, 唐守正. 与材积兼容的生物量模型的建立及其估计方法研究[J]. 林业科学研究, 1999, 12(1): 53-59.
- [5] Snorrason A, Einarsson S F. Single-tree biomass and stem volume functions for eleven tree species used in Icelandic forestry[J]. Icelandic Agricultural Sciences, 2006, 19: 15-24.
- [6] Brooks J R, Wiant H V. Ecoregion-based local volume equations for Appalachian hardwoods[J]. Northern Journal of Applied Forestry, 2008, 25(2): 87-92.
- [7] Case B S, Hall R J. Assessing prediction errors of generalized tree biomass and volume equations for the boreal forest region of west-cen-

- tral Canada[J]. Canadian Journal of Forest Research, 2008, 38(4): 878-889.
- [8] 胥辉. 一种与材积相容的生物量模型[J]. 北京林业大学学报, 1999, 21(5): 32-36.
- [9] 曾鸣, 聂祥永, 曾伟生. 中国杉木相容性立木材积和地上生物量方程[J]. 林业科学, 2013, 49(10): 74-79.
- [10] Tang S, Li Y, Wang Y. Simultaneous equations, error-in-variable models, and model integration in systems ecology[J]. Ecological Modelling, 2001, 142(3): 285-294.
- [11] Tang S, Wang Y. A parameter estimation program for the error-in-variable model[J]. Ecological Modelling, 2002, 156(2): 225-236.
- [12] Fortin M, Daigle C, Ung C, *et al.* A variance-covariance structure to take into account repeated measurements and heteroscedasticity in growth modeling[J]. European Journal of Forest Research, 2007, 126: 573-585.
- [13] McRoberts R, Westfall J. Effects of uncertainty in model predictions of individual tree volume on large area volume estimates[J]. Forest Science, 2014, 60(1): 34-42.
- [14] 吴明山, 胥辉, 叶江霞. 兴安落叶松材积模型中的异方差研究[J]. 山东林业科技, 2010, 40(2): 14-17.
- [15] Huang S, Price D, Titus S J. Development of ecoregion-based height-diameter models for white spruce in boreal forests[J]. Forest Ecology and Management, 2000, 129(1): 125-141.
- [16] Peng C, Zhang L, Liu J. Developing and validating nonlinear height-diameter models for major Tree species of Ontario's boreal forests[J]. Northern Journal of Applied Forestry, 2001, 18(3): 87-94.
- [17] 夏忠胜, 曾伟生, 朱松, 等. 贵州省人工杉木立木材积方程研建[J]. 北京林业大学学报, 2012, 34(1): 1-5.
- [18] Zhang L, Peng C, Huang S, *et al.* Development and evaluation of ecoregion-based jack pine height-diameter models for Ontario[J]. The Forestry Chronicle, 2002, 78(4): 530-538.
- [19] Peng C, Zhang L, Zhou X, *et al.* Developing and evaluating tree height-diameter models at three geographic scales for black spruce in Ontario[J]. Northern Journal of Applied Forestry, 2004, 21(2): 83-92.
- [20] 曾伟生, 唐守正. 非线性模型对数回归的偏差校正及与加权回归的对比分析[J]. 林业科学研究, 2011, 24(2): 137-143.
- [21] Wang M, Kane M, Borders B, *et al.* Direct variance-covariance modeling as an alternative to the traditional guide curve approach for prediction of dominant heights[J]. Forest Science, 2014, 60(4): 652-662.
- [22] 曾伟生. 加权回归估计中不同权函数的对比分析[J]. 林业资源管理, 2013, 05: 55-61.
- [23] 曾伟生, 唐守正. 立木生物量方程的优度评价和精度分析[J]. 林业科学, 2011, 11: 106-113.
- [24] 骆期邦, 宁辉, 贺东北, 等. 二元立木材积动态模型研究[J]. 林业科学研究, 1992, 5(3): 263-270.

(责任编辑:彭南轩)